



جمهورية مصر العربية
وزارة التربية والتعليم
والتعليم الفني
الإدارة المركزية لشئون الكتب

الرياضيات

الصف الثانى الإعدادى

الفصل الدراسى الأول

تأليف

أ. عمر فؤاد جاب الله

د. عصام وصفى روفائيل

أد. عفاف أبو الفتوح صالح

أ. سيرافيم الياس اسكندر

أ. محمود ياسر الخطيب

إشراف علمى

أ. جمال الشاهد

مستشار الرياضيات

مراجعة

أ/سمير محمد سعداوي

أ/فتحي أحمد شحاتة

إشراف تربوى

(مركز تطوير المناهج)

جميع حقوق الطبع محفوظة لوزارة التربية والتعليم

غير مصرح بتداول هذا الكتاب خارج وزارة التربية والتعليم والتعليم الفني

٢٠٢١ - ٢٠٢٢ م

الاسم:

الفصل:

المدرسة:

العنوان:

المقدمة

بسم الله الرحمن الرحيم

أبناءنا الأعزاء :

يسعدنا أن نقدم لكم كتاب الرياضيات للصف الثاني الإعدادي، وقد راعينا أن نجعل من دراستك للرياضيات عملاً ممتعاً ومفيداً له تطبيقاته في حياتكم العملية، وفي دراستكم للمواد الدراسية الأخرى، حتى تشعروا بأهمية دراسة الرياضيات وقيمتها وتقدرُوا دور علمائها، وقد اهتم هذا الكتاب بالأنشطة كعنصر أساسي، كما حاولنا تقديم المادة العلمية بطريقة مبسطة تساعدكم على تكوين المعرفة الرياضية، وفي نفس الوقت تساعدكم على اكتساب أساليب تفكير سليمة تدفعكم إلى الإبداع.

وقد روعي في هذا الكتاب تقسيمه إلى وحدات دراسية، وكل وحدة إلى دروس، كما وظفنا الصور والألوان لتوضيح المفاهيم الرياضية وخواص الأشكال، مع مراعاة المحصول اللغوي لكم وما سبق أن تم دراسته في الصفوف السابقة، كما راعينا في مواطن كثيرة تدريبكم على أن تصلوا للمعلومات بأنفسكم لتنمية مهارة التعلم الذاتي لديكم، كما تم توظيف الآلة الحاسبة والحاسب الآلي كلما كان ذلك مناسباً داخل المحتوى.

وفي الجزء الخاص بالأنشطة والتدريبات :

يوجد تمارين على كل درس، وتمارين عامة على الوحدة، ونشاط خارجي، واختبار في نهاية كل وحدة، وفي نهاية الفصل الدراسي اختبارات عامة تساعدك على مراجعة المقرر كاملاً. نرجو أن نكون قد وفقنا في إنجاز هذا العمل لما فيه الخير لك ولمصرتنا العزيزة.

المؤلفون

المحتويات

الوحدة الأولى: الأعداد الحقيقية

٢	مراجعة
٤	الدرس الأول: الجذور التكعيبية للعدد النسبي
٧	الدرس الثاني: مجموعة الأعداد غير النسبية ن
٩	الدرس الثالث: إيجاد قيمة تقريبية للعدد غير النسبي
١٢	الدرس الرابع: مجموعة الأعداد الحقيقية ح
١٥	الدرس الخامس: علاقة الترتيب في ح
١٧	الدرس السادس: الفترات
٢٢	الدرس السابع: العمليات على الأعداد الحقيقية
٢٨	الدرس الثامن: العمليات على الجذور التربيعية
٣٣	الدرس التاسع: العمليات على الجذور التكعيبية
٣٥	الدرس العاشر: تطبيقات على الأعداد الحقيقية
٤٠	الدرس الحادي عشر: حل المعادلات والمتباينات من الدرجة الأولى في متغير واحد في ح

الوحدة الثانية: العلاقة بين متغيرين

٤٤	الدرس الأول: العلاقة بين متغيرين
٤٨	الدرس الثاني: ميل الخط المستقيم وتطبيقات حياتية

الوحدة الثالثة: الإحصاء

٥٤	الدرس الأول: جمع البيانات وتنظيمها
٥٧	الدرس الثاني: الجدول التكراري المتجمع الصاعد والجدول التكراري المتجمع التنازل وتمثيلهما بيانياً
٦١	الدرس الثالث: الوسط الحسابي - الوسيط - المنوال

الوحدة الرابعة: متوسطات المثلث و المثلث المتساوي الساقين

- ٦٨..... الدرس الأول: متوسطات المثلث
- ٧٧..... الدرس الثاني: المثلث المتساوي الساقين
- ٧٤..... الدرس الثالث: نظريات المثلث المتساوي الساقين
- ٨٣..... الدرس الرابع: نتائج علي نظريات المثلث المتساوي الساقين

الوحدة الخامسة: التباين

- ٨٩..... الدرس الأول: التباين
- ٩٣..... الدرس الثاني: المقارنة بين قياسات الزوايا في المثلث
- ٩٧..... الدرس الثالث: المقارنة بين أطوال الأضلاع في المثلث
- ١٠٢..... الدرس الرابع: متباينة المثلث

الرموز الرياضية المستخدمة

ط	مجموعة الأعداد الطبيعية	\perp	عمودي على
ص	مجموعة الأعداد الصحيحة	\parallel	يوازي
ن	مجموعة الأعداد النسبية	\overline{ab}	القطعة المستقيمة ab
ن	مجموعة الأعداد غير النسبية	\overleftarrow{ab}	الشعاع ab
ع	مجموعة الأعداد الحقيقية	\overleftrightarrow{ab}	المستقيم ab
$\sqrt[n]{}$	الجذر التربيعي للعدد a	φ (\angle)	قياس زاوية ل
$\sqrt[n]{}$	الجذر التكعيبي للعدد a	\sim	تشابه
$]a, b[$	فترة مغلقة	$<$	أكبر من
$]a, b[$	فترة مفتوحة	\leq	أكبر من أو يساوي
$[a, b[$	فترة نصف مفتوحة (مغلقة)	$>$	أقل من
$[a, b]$	فترة نصف مفتوحة (مغلقة)	\geq	أقل من أو يساوي
$]a, \infty[$	فترة غير محدودة	$P(A)$	احتمال وقوع الحدث A
\equiv	تطابق		

الأعداد الحقيقية



مراجعة

فكر وناقش

مجموعات الأعداد

مجموعة أعداد العد :

$$\mathbb{E} = \{1, 2, 3, \dots\}$$

مجموعة الأعداد الطبيعية :

$$\mathbb{P} = \{0, 1, 2, 3, \dots\} = \mathbb{E} \cup \{0\}$$

مجموعة الأعداد الصحيحة :

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$

مجموعة الأعداد الصحيحة الموجبة \mathbb{Z}^+ =

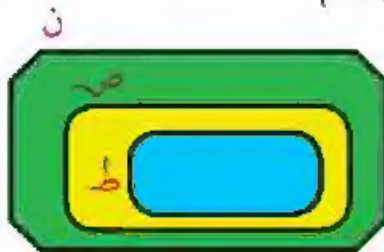
$$\{1, 2, 3, \dots\}$$

مجموعة الأعداد الصحيحة السالبة \mathbb{Z}^- =

$$\{-1, -2, -3, \dots\}$$

$$\mathbb{Z} = \mathbb{Z}^- \cup \{0\} \cup \mathbb{Z}^+$$

مجموعة الأعداد النسبية $\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} : a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \right\}$



$$\mathbb{Q} \supset \mathbb{Z} \supset \mathbb{N}$$

القيمة المطلقة للعدد النسبي:

$$\left| \frac{a}{b} \right| = \left| \frac{a}{b} \right|, \quad 0 = |0|, \quad 3 = |3|, \quad 7 = |7|$$

$$\text{إذا كان } \left| \frac{a}{b} \right| = 0 \text{ فإن } a = 0$$

الصورة القياسية للعدد النسبي هي:

$$a \times 10^n \text{ حيث } n \in \mathbb{Z}, 1 \leq |a| < 10$$



مثلاً العدد $٤١٠ \times ٢٥,٣٢$ في صورته القياسية $٤١٠ \times ٢,٥٣٢ =$

في صورته القياسية $٤١٠ \times ٥,٣ =$

العدد النسبي المربع الكامل

هو العدد الموجب الذي يمكن كتابته على صورة مربع عدد نسبي أي (عدد نسبي)^٢

مثل $١, ٤, ٩, ٢٥, \frac{٩}{١٦}, \frac{١}{٤}, ٣, \dots$

العدد النسبي المكعب الكامل

هو العدد النسبي الذي يمكن كتابته على صورة مكعب عدد نسبي أي (عدد نسبي)^٣

مثل $١, ٨, -٢٧, -٢١٦, \frac{٨}{٢٥}, \dots$

الجزر التربيعي للعدد النسبي المربع الكامل

○ الجذر التربيعي للعدد النسبي الموجب a هو العدد الذي مربعه يساوي a

○ $\sqrt{٠} = ٠$

○ كل عدد نسبي مربع كامل a له جذران تربيعيان كـ a وهما معكوسا لبعضهما البعض

$$\sqrt{٧} \text{ و } -\sqrt{٧}$$

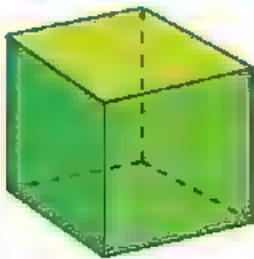
مثلاً العدد $\frac{١٦}{٢٥}$ له جذران تربيعيان هما $\frac{٤}{٥}$ و $-\frac{٤}{٥}$

○ $\sqrt{٩}$ يعني الجذر التربيعي الموجب للعدد ٩ وهو ٣

$$\sqrt[٢]{\frac{١}{ب}} = \left(\frac{١}{ب}\right)^{\frac{١}{٢}} \text{ أي أن } \sqrt[٢]{٧} = \sqrt[٢]{٧} = \sqrt[٢]{٧}$$

الجذر التكعيبي للعدد النسبي

فكر وناقش



سبق أن تعلمت أن:

حجم المكعب = طول الحرف \times نفسه \times نفسه

أكمل

المكعب الذي طول حرفه ٧ سم يكون حجمه = $\times \times$
= سم^٣

هيا نفكر

٥	١٢٥
٥	٢٥
٥	٥
٥	١

إذا كان لدينا مكعب حجمه ١٢٥ سم^٣، فما طول حرفه؟
نبحث عن ثلاثة أعداد متساوية حاصل ضربها ١٢٥
يمكن تحليل العدد ١٢٥ إلى عوامله الأولية.

$$٥ \times ٥ \times ٥ = ١٢٥$$

∴ المكعب الذي حجمه ١٢٥ سم^٣، يكون طول حرفه ٥ سم.

تسمى ٥ الجذر التكعيبي للعدد ١٢٥، وتكتب $\sqrt[3]{١٢٥} = ٥$

سوف نتعلم

١ كيفية إيجاد الجذر التكعيبي
٢ لعدد نسبي باستخدام التحليل.

٣ إيجاد الجذر التكعيبي
لعدد نسبي باستخدام الآلة الحاسبة.

٤ حل معادلات تشمل إيجاد
الجذر التكعيبي.

٥ حل تطبيقات على الجذر
التكعيبي لعدد نسبي.

المصطلحات الأساسية

٦ جذر تكعيبي.

الجذر التكعيبي للعدد النسبي a هو العدد الذي مكعبه يساوي

يرمز للجذر التكعيبي للعدد النسبي a بالرمز $\sqrt[3]{a}$

الجذر التكعيبي لعدد نسبي موجب يكون موجبًا، مثلًا $\sqrt[3]{١٢٥} = ٥$

الجذر التكعيبي لعدد نسبي سالب يكون سالبًا، مثلًا $\sqrt[3]{-٨} = -٢$ لماذا؟

٧ صفر = صفر

٨ $\sqrt[3]{١} = ١$

إيجاد الجذر التكعيبي للعدد النسبي المكعب الكامل.

○ يمكن تحليل العدد إلى عوامله الأولية.

○ يمكن استخدام الآلة الحاسبة.

لاحظ أن العدد النسبي المكعب الكامل له جذر تكعيبي واحد وهو عدد نسبي أيضًا، لماذا؟



أمثلة



استخدم التحليل لإيجاد قيمة كل من $\sqrt[3]{\frac{27}{8}}$ ، $\sqrt[3]{216}$ ، $\sqrt[3]{1000}$ وتحقق من صحة إجاباتك باستخدام الآلة الحاسبة.

الحل

$$\begin{array}{c|c} 27 & 3 \\ \hline 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & 1 \end{array} \quad \sqrt[3]{\frac{27}{8}} = \frac{\sqrt[3]{27}}{\sqrt[3]{8}} = \frac{3}{2}$$

$$\sqrt[3]{\frac{27}{8}} = \frac{\sqrt[3]{27}}{\sqrt[3]{8}} = \frac{3}{2}$$

$$\begin{array}{c|c} 216 & 6 \\ \hline 108 & 2 \\ 54 & 2 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & 1 \end{array} \quad \sqrt[3]{216} = 6$$

$$\sqrt[3]{216} = 6$$

$$\begin{array}{c|c} 1000 & 10 \\ \hline 500 & 2 \\ 250 & 2 \\ 125 & 5 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & 1 \end{array} \quad \sqrt[3]{1000} = 10$$

$$\sqrt[3]{1000} = 10$$

استخدم الآلة الحاسبة للتحقق من صحة إجاباتك باستخدام

أوجد طول نصف قطر الكرة التي حجمها 4801 سم³ ($\frac{4}{3}\pi r^3$)

الحل

$$\begin{array}{c|c} 4801 & 3 \\ \hline 3087 & 3 \\ 1029 & 3 \\ 343 & 7 \\ 49 & 7 \\ 7 & 7 \\ 1 & 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{c|c} 3087 & 3 \\ \hline 1029 & 3 \\ 343 & 7 \\ 49 & 7 \\ 7 & 7 \\ 1 & 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{c|c} 1029 & 3 \\ \hline 343 & 7 \\ 49 & 7 \\ 7 & 7 \\ 1 & 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{c|c} 343 & 7 \\ \hline 49 & 7 \\ 7 & 7 \\ 1 & 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{c|c} 49 & 7 \\ \hline 7 & 7 \\ 1 & 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{c|c} 7 & 7 \\ \hline 1 & 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{c|c} 1 & 1 \end{array}$$

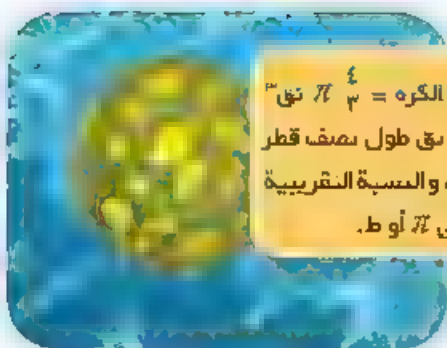
$$\frac{4}{3}\pi r^3 = 4801$$

$$\frac{4}{3}\pi r^3 \times \frac{3}{4\pi} = \frac{4801 \times 3}{4\pi}$$

$$r^3 = \frac{4801 \times 3}{4\pi}$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{4801 \times 3}{4\pi}}$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{4801 \times 3}{4\pi}} = 10.5 \text{ سم}$$



حجم الكرة = $\frac{4}{3}\pi r^3$ نق³
حيث نق طول نصف قطر
كرة، والنسبة التقريبية
تسمى π أو ط.



تدرب

أوجد طول قطر الكرة التي حجمها $112,04 \text{ سم}^3$ ($3,14 \approx \pi$)

مثال 

حل كلًا من المعادلات الآتية في ن:

۸۰۰

$$120 = 2(2 \text{ م}) \div$$

الحل

اسماء

$$r = \lambda \sqrt{r} = \text{مس}$$

٢٠ مجموعة الحل {٢}

$$120 = T(Y - \mu) \Rightarrow$$

$$\overline{150}^{\circ} = r$$

$$a = 2 - \sqrt{2}$$

$$V = \frac{1}{2} \rho \omega^2 R^2$$

∴ مجموعة الحل $\{V\}$

١٠٩٠

٥٤ = ١٠ (٢٢٢)

١٠٩٤

$$q - A = \frac{1}{2}$$

1-2

س = $1 - \sqrt{1 - \frac{1}{2}}$ ، مجموعة الحس = $\{1\}$

٥٤ (١٢٠ - ١٠٠) ١٠٠

$$T_E = \frac{1}{2}(1 - \frac{1}{2})$$

$$7E \quad \sqrt{V} = 1 - \cos^2 \theta$$

$$E = 1 - \cos \theta$$

۴۴ = ۵

$$\therefore \text{مجموعة الحل} = \left\{ \frac{5}{4} \right\}$$

$$\frac{0}{1} = 0$$

تدرب 

حلّ المعادلات الآتية في z : $z^2 - 2(1 + i)z + 1 = 0$ ، $z^2 - 2(1 + i)z + 1 = 0$

سوف نتعلم

مجموعة الأعداد غير النسبية.

المصطلحات الأساسية

عدد غير نسبي.

سبق أن علمت أن: العدد النسبي هو العدد الذي يسكن وضعه على الصورة

$$\frac{a}{b} \text{ حيث } a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0$$

فمثلاً: عند حل المعادلة $4x = 20$

$$4x = 20$$

$$x = \frac{20}{4}$$

ونلاحظ أن: كلًا من $\frac{5}{4}$ و $\frac{5}{2}$ عدد نسبي.

ولكن توجد كثير من الأعداد التي لا يمكن وضعها على الصورة $\frac{a}{b}$

$$\text{حيث } a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0$$

فمثلاً: عند حل المعادلة $x^2 = 2$ فإننا لا نستطيع إيجاد عدد نسبي مربعه

يسوى 2

العدد غير النسبي هو العدد الذي لا يمكن وضعه على الصورة $\frac{a}{b}$ حيث

$$a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0$$

ومن أمثلة الأعداد غير النسبية:

أولا: الحذور التربيعية للأعداد الموحدة التي ليست مربعات كاملة

$$\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{6}, \sqrt{7}, \sqrt{10}, \dots$$

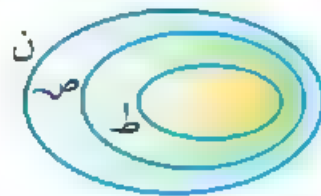
ثانياً: الجذور التكعيبية للأعداد التي ليست مكعبات كاملة

$$\sqrt[3]{2}, \sqrt[3]{3}, \sqrt[3]{5}, \sqrt[3]{6}, \sqrt[3]{7}, \sqrt[3]{10}, \dots$$

ثالثاً: النسبة التقريبية π

حيث إنه لا يمكن إيجاد قيمة مضبوطة لأي من هذه الأعداد. لماذا؟

ومن هذه الأعداد وغيرها تكون مجموعة تسمى مجموعة الأعداد غير النسبية ويرمز لها بالرمز \mathbb{N} .



$$\mathbb{N} \cap \mathbb{N} = \emptyset$$

فقر: هل $\sqrt{2}$ عدد غير نسبي؟ لماذا؟

مثال

أعمل باستخدام أحد الرمزين \mathbb{N} أو \mathbb{N} .

أ $\sqrt{2}$ \Rightarrow

ب $\sqrt{2}$ \Rightarrow

ج π \Rightarrow

د $\sqrt{2}$ \Rightarrow

هـ صفر \Rightarrow

و $\sqrt{2}$ \Rightarrow

ز $\sqrt{2}$ \Rightarrow

ح 1.7×10^{-6} \Rightarrow

ط $\sqrt{2}$ \Rightarrow

ناقش معكم في حل المثال السابق

إيجاد قيمة تقريبية للعدد غير النسبي

مكرر ونافس

سوف نتعلم

- إيجاد قيمة تقريبية للعدد غير النسبي.
- تمثيل العدد غير النسبي على خط الأعداد.
- حل معادلات في ن.

هل تستطيع إيجاد عددين نسبيين ينحصر بينهما العدد غير النسبي ؟

نلاحظ أن $\sqrt{2}$ ينحصر بين $\sqrt{1}$ ، $\sqrt{4}$ أي أن $1 < \sqrt{2} < 2$
أي أن $\sqrt{2} = 1 + \text{كسر عشري}$.

ولإيجاد قيمة تقريبية للعدد $\sqrt{2}$ نفحص قيم الأعداد التالية .

$$1,41 = \sqrt{1,96} , 1,44 = \sqrt{2,07} , 1,69 = \sqrt{2,89}$$

$$1,96 = \sqrt{3,84} , 2,25 = \sqrt{5,06}$$

$$\therefore 1,96 < 2 < 2,25$$

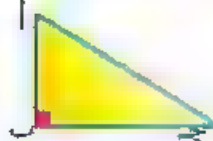
$$\therefore 1,4 < \sqrt{2} < 1,5$$

$$\text{أي أن } \sqrt{2} = 1,4 + \text{كسر عشري}$$

$$\text{أي أن } 1,41 < \sqrt{2} < 1,42$$

استخدم الآلة الحاسبة لتأكيد صحة إجابتك.

تمهيد: (في الشكل المقابل) المثلث أ ب ج قائم الزاوية في ب فيكون:



$$(\text{أج})^2 = (\text{أب})^2 + (\text{بج})^2$$

وتسمى نظرية فيثاغورس وستدرس بالتفصيل بمنهج الهندسة

تمثيل العدد غير النسبي على خط الأعداد

كيف نحدد النقطة التي تمثل العدد $\sqrt{2}$ على خط الأعداد .

إذا رسمنا المثلث أ ب ج القائم الزاوية في ب ،

والمساوي الساقين بحيث أ ب : ب ج = وحدة طول واحدة

$$\text{فإن } (\text{أج})^2 = (\text{أب})^2 + (\text{بج})^2 = 1^2 + 1^2 = 2$$

$$\therefore \text{أج} = \sqrt{2} \text{ وحدة طول.}$$



ارسم خط الأعداد وركز سن الفرجار في نقطة و. وبمنحة تساوي طول أج ارسم قوساً يقطع خط
الأعداد على يمين و في نقطة س، وهذه النقطة تمثل العدد $\frac{2}{3}$

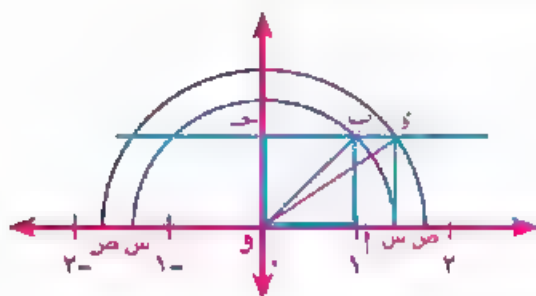


● يمكن بنفس فتحة الفرجار تحديد النقطة S التي تمثل العدد $2\frac{1}{2}$ حيث S على يسار النقطة O

فكر حدد النقطة التي تمثل العدد $3 + \frac{1}{2}$ على خط الأعداد.



ارسم المربع و أ ب ج الذي طول ضلعه وحدة طول.



طول قطره = $1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ وحدة طول.

$$\sqrt{y} = u, \quad y = u^2$$

○ مركز بالفرجار في و ، وارسم نصف دائرة طول نصف قطرها = طول و ب $\frac{1}{2} \sqrt{}$

○ و \vec{a} نصف الدائرة = (من « س ») ، حيث من تمثل العدد $\sqrt{2}$ ، « س » تمثل $\sqrt{2}$

○ الرسم سى // اب ويقطع جـ ب فى د

$$3 = {}^2(1) + {}^2(\sqrt{2}) - {}^2(س) + {}^2(وس) - {}^2(وی)$$

$$V = 59.4$$

● مركز بالفرجار في O و بفتحة تساوي طول OK رسم نصف دائرة يقطع OA في E ، OC

∴ و ص = $\sqrt[3]{3}$ أي أن النقطة ص تمثل العدد $\sqrt[3]{3}$ ، والنقطة ح تمثل العدد $\sqrt[3]{3}$

أكمل بنفس الطريقة لتمثيل الأعداد $\frac{4}{5}$ ، $\frac{5}{6}$ ، $\frac{6}{7}$ ، وكذلك $\frac{4}{5}$ ، $\frac{5}{6}$ ، $\frac{6}{7}$ ، ...

تدريب

اوجده

أ. عددان صحيحين متتاليين ينحصر بينهما العدد $\sqrt{5}$.

١٢ $\sqrt{\quad}$ عددين صحيحين متتاليين ينحصر بينهما العدد

١٠ $\sqrt{\quad}$ عددين صحيحين متتاليين ينحصر بينهما العدد

٢٠ $\sqrt{\quad}$ عددين صحيحين متتاليين ينحصر بينهما العدد

اثبت أن

٣ $\sqrt{\quad}$ ينحصر بين ١,٨ ، ١,٧ $\sqrt{15}$ ينحصر بين ٢,٥ ، ٢,٤

أوجد لأقرب جزء من مائة قيمة $\sqrt{11}$

أوجد لأقرب جزء من عشرة قيمة $\sqrt{2}$

ارسم خط الأعداد وحدد عليه النقطة التي تمثل العدد غير النسبي $\sqrt{3}$

ارسم خط الأعداد وحدد عليه النقطة التي تمثل العدد غير النسبي $\sqrt{2} + 1$

مثال (١)

أوجد مجموعة حل كل من المعادلات الآتية في \mathbb{R} :

١ $\sqrt{x} = 2$ ٢ $\sqrt{x} = 5$ ٣ $\sqrt{x} = \frac{4}{3}$ ٤ $\sqrt{x} = 8$

الحل

١ $\sqrt{x} = 2$ س

∴ $\sqrt{x} = \pm 2$ س

مجموعة الحل = $\{\sqrt{2}, -\sqrt{2}\}$

٢ $\sqrt{x} = 5$ س

∴ $\sqrt{x} = \pm 5$ س

مجموعة الحل = $\{\sqrt{5}, -\sqrt{5}\}$

٣ $\sqrt{x} = \frac{4}{3}$ س

∴ $\sqrt{x} = \pm \frac{4}{3}$ س

١ $\times \frac{3}{4} = \frac{3}{4} \times \frac{4}{3} = 1$

∴ $\sqrt{x} = \pm \frac{3}{4}$ س

مجموعة الحل = $\{\sqrt{\frac{9}{16}}, -\sqrt{\frac{9}{16}}\}$

٤ $\sqrt{x} = 8$ س

∴ $\sqrt{x} = \pm 8$ س

٨٠٠٠ $\sqrt{x} = 8$ س

∴ $\sqrt{x} = \pm 8$ س

٢٠٠ $\sqrt{x} = 8$ س

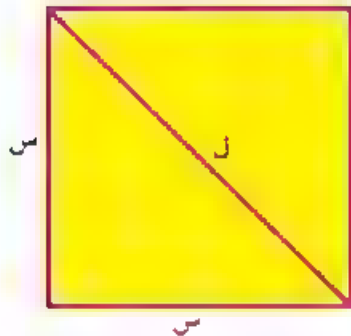
مجموعة الحل المعادلة في $\mathbb{R} = \emptyset$

مثال (٢)



أوجد كلاً من طول ضلع وطول قطر مربع مساحته ٧ سم^٢

الحل



إذا كان طول الضلع س سم فإن المساحة = س × س = س^٢

$$٧ = س^٢$$

$$\therefore س = \sqrt{٧} \text{ سم} \quad \therefore س = \sqrt{٧} \text{ سم}$$

لإيجاد طول قطر المربع: استخدم نظرية فيثاغورس

$$ل^٢ = س^٢ + س^٢ \quad \text{حيث ل طول قطر المربع}$$

$$\therefore ل^٢ = ١٤$$

$$\therefore ل = \sqrt{١٤} \text{ سم} \quad \therefore ل = \sqrt{١٤} \text{ سم}$$

مثال (٣)



دائرة مساحة سطحها ٣٢ سم^٢ أوجد محيطها.

الحل

مساحة سطح الدائرة = $\pi ر^٢$

$$٣٢ = \pi ر^٢$$

$$\therefore ر = \sqrt{\frac{٣٢}{\pi}}$$

$$\text{أو } ر = \sqrt{\frac{٣٢}{\pi}} \text{ سم (مرفوض)}$$

$$\text{محيط الدائرة} = ٢\pi ر = ٢ \times \pi \times \sqrt{\frac{٣٢}{\pi}} = ٢\sqrt{٣٢\pi} \text{ سم}$$

مجموعة الأعداد الحقيقية ح

فكر وتناقش

سوف نعلم

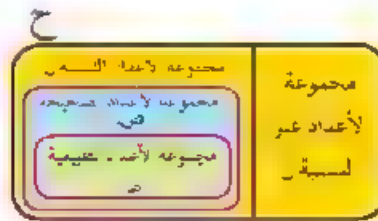
- مجموعة أعداد حقيقية ح
- العلاقة بين مجموعات الأعداد ط، ص، ن، ن، ح.

المصطلحات الأساسية

• عدد حقيقي.

سبق أن درسنا مجموعة الأعداد النسبية ن، ووجدنا أن هناك أعداداً أخرى مثل $\sqrt{2}$ ، $\sqrt{5}$ ، π ، ... وهذه الأعداد تكون مجموعة الأعداد غير النسبية ن اتحاد المجموعتين ن، ن يعطى مجموعة جديدة تسمى مجموعة الأعداد الحقيقية، ويرمز لها بالرمز ح.

ح - ن ن ن



تأمل شكل فن المقابل تجد أن:

- 1 ن ن = \emptyset
- 2 أي عدد طبيعي أو صحيح أو نسبي أو غير نسبي هو عدد حقيقي.

ط ص ن ح وكذلك ن ح

فخر أعط أمثلة من عندك لأعداد حقيقية بعضها نسبي وبعضها غير نسبي.


- 2 كل عدد حقيقي تمثله نقطة واحدة على خط الأعداد.



أولاً: العدد صفر تمثله نقطة الأصل و.

ثانياً: الأعداد الحقيقية الموجبة تمثله جميع نقاط خط الأعداد على يمين و
ثالثاً: الأعداد الحقيقية السالبة تمثله جميع نقاط خط الأعداد على يسار و



ضع  كلًا من الأعداد الآتية في مكانها المناسب على شكل قُن المقابل.

$$0.4 = \frac{1}{4} \sqrt{17} \sqrt{2} \sqrt{2} = \frac{1}{4} \sqrt{34} \approx 0.76$$

حدد على خط الأعداد النقطة أ التي تمثل العدد $\sqrt{8}$ ، والنقطة ب التي تمثل العدد $\sqrt{9}$ وأوجد طول أ ب .



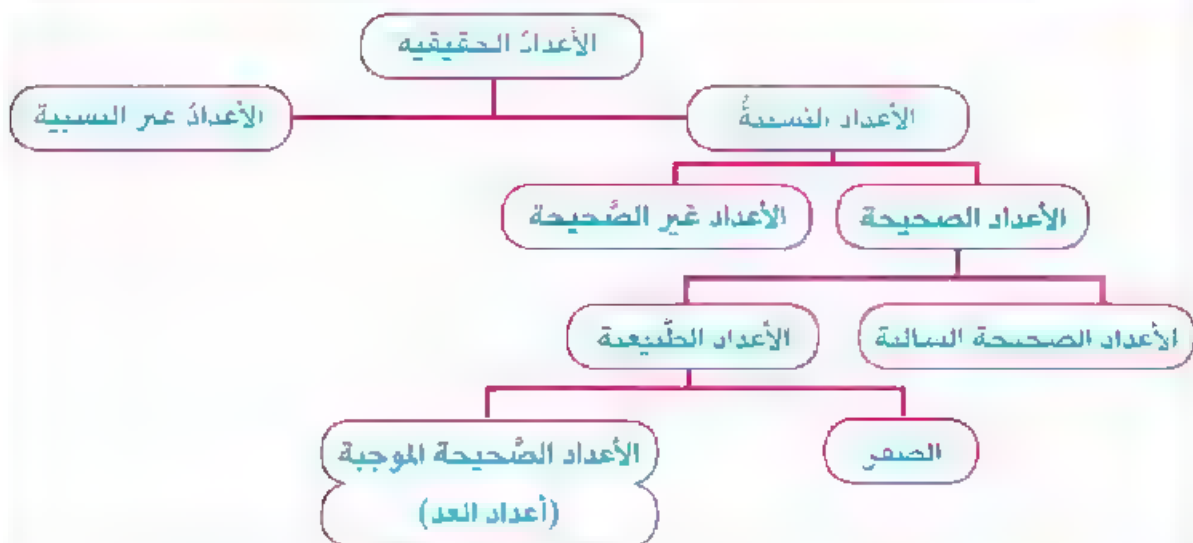
🌟 **وَضِّحْ صَحَّةً أَوْ خَطَأً كُلِّ مِنَ الْعِبَارَتَيْنِ:**

۱- کل عدد طبیعی هو عدد حقیقی موجب.

بہ کل عدد صحیح ہو عدد حقیقی۔

$1 = 1 \times 1 \times 1$ لأن $1 = 1^3$ **لاحظ أن:**

بينما ٦-١ ح لأنه لا يوجد عدد حقيقي إذا ضرب في نفسه يعطي ١-١.



ناقش مع معلمك / معلمتك و زملائك: هل توجد أعداد غير حقيقية ؟

سوف تتعلم

علاقة الترتيب في ح.

المصطلحات الأساسية

- علاقة ترتيب.
- أكبر من.
- أصغر من.
- متساوي.
- ترتيب تصاعدي.
- ترتيب تنازلي.

إذا كانت أ، ب نقطتين تنتميان للمستقيم ل، وحددنا اتجاهًا معينًا كاليمين بالسهم فإنه يمكن القول إن:

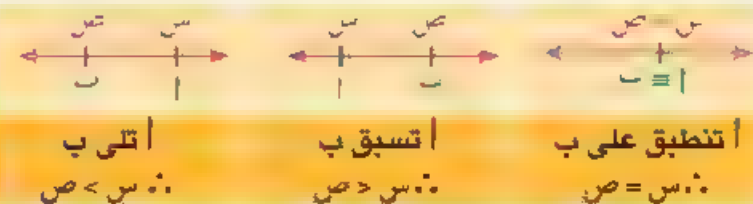
- النقطة ب تلي النقطة أ، أي تكون على يمينها
- النقطة أ تسبق النقطة ب، أي تكون على يسارها.

وهكذا بالنسبة لجميع نقاط الخط المستقيم، فإذا علمنا أن كل نقطة من نقاط الخط المستقيم تمثل عددًا حقيقيًا فإنه نقول إن:

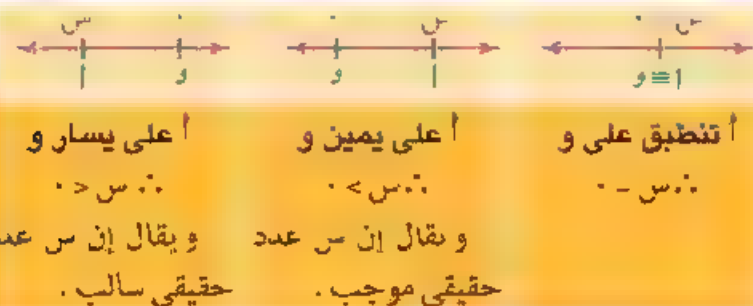
مجموعة الأعداد الحقيقية هي مجموعة مرتبة

خواص الترتيب:

١ إذا كان س، ص عددين حقيقيين يمثلهما على خط الأعداد النقطتان أ، ب على الترتيب فإنه توجد إحدى الحالات الثلاثة الآتية:



٢ إذا كانت س عددًا حقيقيًا تمثله النقطة أ على خط الأعداد وكانت و هي نقطة الأصل التي تمثل العدد صفر فإنه توجد إحدى الحالات الثلاثة الآتية:





مجموعة الأعداد الحقيقية الموجبة: $ح = \{س : س \in ح , س > 0\}$

مجموعة الأعداد الحقيقية السالبة: $ح = \{س : س \in ح , س < 0\}$

$$ح = ح_{+} \cup \{0\} \cup ح_{-}$$

لاحظ أن: مجموعة الأعداد الحقيقية غير السالبة $ح_{+} \cup \{0\} = \{س : س \in ح , س \geq 0\}$

مجموعة الأعداد الحقيقية غير الموجبة $ح_{-} \cup \{0\} = \{س : س \in ح , س \leq 0\}$

مثال (1)



رتب الأعداد الآتية تصاعدياً $\sqrt[3]{1}, \sqrt[3]{27}, \sqrt[3]{64}, \sqrt[3]{8}, \sqrt[3]{1000}, \sqrt[3]{125}, \sqrt[3]{216}$

الحل

$$\sqrt[3]{1} = 1, \sqrt[3]{27} = 3, \sqrt[3]{64} = 4, \sqrt[3]{8} = 2, \sqrt[3]{1000} = 10, \sqrt[3]{125} = 5, \sqrt[3]{216} = 6$$

لترتيب التصاعدي من الأصغر إلى الأكبر $\sqrt[3]{1}, \sqrt[3]{8}, \sqrt[3]{27}, \sqrt[3]{64}, \sqrt[3]{125}, \sqrt[3]{216}, \sqrt[3]{1000}$

أي $1, 2, 3, 4, 5, 6, 10$

مثال (2) من الشكل المقابل :



أوجد مجموعة الأعداد التي تنتمي إليها س حيث س عدد صحيح

الحل

من الشكل نلاحظ أن : $س < س < س$

فعند اختيار س عدد صحيح سالب يحقق المتباينة السابقة

$$س = 3 = 3 < 9 < 27$$

مجموعة الأعداد التي تنتمي إليها س هي $س = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, \dots\}$

أخير س عدد صحيح موجب هن نحقق المتباينة ٢ ناقشر معلومت



الفترة

فكر وناقش

سوف نتعلم

- الفترة المحدودة.
- الفترة غير المحدودة.
- العمليات على الفترة.

المصطلحات الأساسية

- فترة محدودة.
- فترة مغلقة.
- فترة مفتوحة.
- فترة نصف مفتوحة.
- فترة غير محدودة.
- اتحاد.
- تقاطع.
- فرق.
- مكمل.

الفترة هي مجموعة جزئية من مجموعة الأعداد الحقيقية

أولاً، الفترة المحدودة

إذا كان $a, b \in \mathbb{R}$ ، $a < b$ فإننا نعرف كلاً من:

الفترة المغلقة $[a, b]$

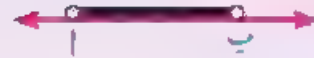
$$[a, b] = \{x : a \leq x \leq b\}$$



$[a, b]$ $\subset \mathbb{R}$ وعناصرها a, b وجميع الأعداد الحقيقية بينهما
توضع دائرة مظللة عند كل من النقطتين الممثلتين للعددين a, b وتظلل
المنطقة بينهما على خط الأعداد.

الفترة المفتوحة (a, b)

$$(a, b) = \{x : a < x < b\}$$



$(a, b) \subset \mathbb{R}$ وعناصرها هي جميع الأعداد الحقيقية المحصورة بين
العددين a, b .

توضع دائرة مفتوحة (غير مظللة) عند كل من النقطتين الممثلتين للعددين
 a, b وتظل المنطقة بينهما على خط الأعداد

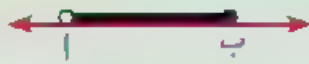


اكتب كلاً من $[3, 5]$ ، $(3, 5]$ ، $[5, 3]$ بطريقة الصفة المميزة ثم مثل كلاً منهما
على خط الأعداد.



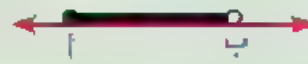
نصف المحصورة

$[a, b[$



$[a, b[= \{x \mid a \leq x < b\}$
 $[a, b[$ ح عناصرها العدد b وجميع الأعداد
 المحصورة بين a, b .

$]a, b]$



$]a, b] = \{x \mid a < x \leq b\}$
 $]a, b]$ ح عناصرها العدد a وجميع الأعداد
 المحصورة بين a, b .



تدرب

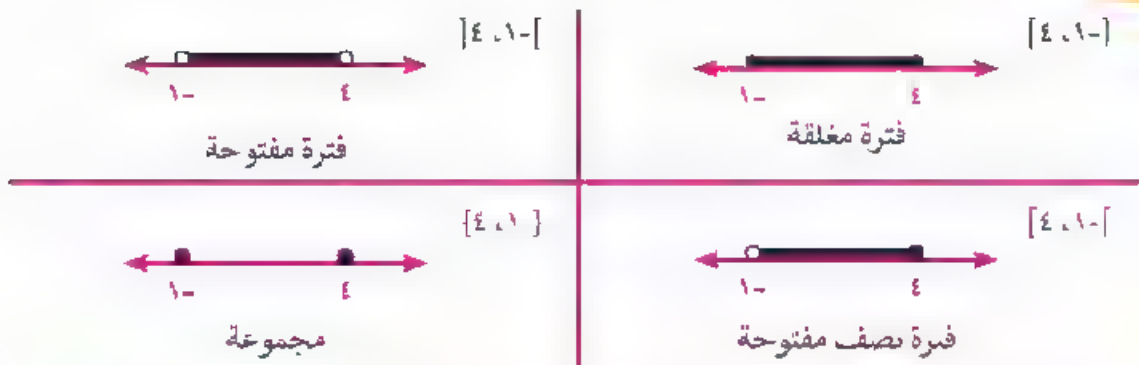
اكتب كلًا من الفترتين $[3, 5]$ ، $[3, 5[$ بطريقة الصفة المميزة ، و مثل كلًا منهما على خط الأعداد.

مثال (١)



مثل بيانًا على خط الأعداد كلًا من: $[4, 1[$ ، $[4, 1-]$ ، $[4, 1-]$ ، $[4, 1-]$

الحل



ناقش مع معلمك / معلمت و ملأك هل الفترة مجموعة منتهية أم غير منتهية؟

مثال (٢)

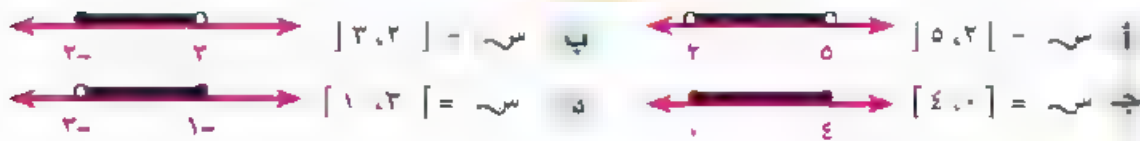


اكتب على صورة فترة، كلاً من المجموعات الآتية، ومثل كلاً منها على خط الأعداد:

أ $\sim = \{x : 2 < x < 5, x \in \mathbb{Z}\}$ ب $\sim = \{x : 2 \leq x < 3, x \in \mathbb{Z}\}$

ج $\sim = \{x : 0 \leq x \leq 4, x \in \mathbb{Z}\}$ د $\sim = \{x : 3 < x \leq 10, x \in \mathbb{Z}\}$

الحل



ضع الرمز المناسب أو لا لتكون العبارة صحيحة:

أ $\frac{1}{2} \in [1, 0]$ ب $2 \in]3, 1[$ ج $2 \in]3, 1[$

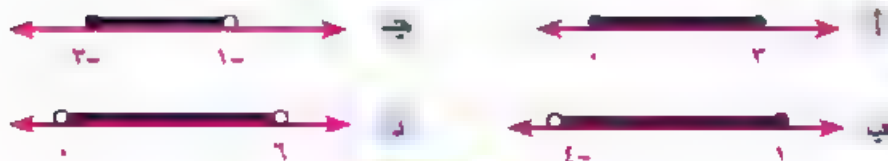
د $3 \sqrt{2} \in]2, 1[$ هـ $4 \in]5, 0[$ و $4 \in]5, 0[$

ز $5 \in]0, 6[$ ح $2, 3 \times 10^{-6} \in]1, 0[$

الحل

أ \neq ب \neq ج \neq د \neq
هـ \neq و \neq ز \neq ح \neq

اكتب الفترة التي يعبر عنها كل من الأشكال الآتية:



الحل

أ $]3, 0[$ ب $]1, 4[$

ج $]1, 3[$ د $]6, 0[$

ثانيًا: الفترات غير المحدودة

تعلم أن: خط الأعداد الحقيقية مهما امتد من جهتيه فإنه يوجد أعداد حقيقية موجبة من جهة اليمين وسالبة من جهة اليسار تقع على هذا الخط.

- الرمز (∞) ويقرأ (النهاية) و هو أكبر من أي عدد حقيقي يمكن تصوّره، $\infty \neq \emptyset$ ح
- الرمز $(-\infty)$ ويقرأ (سالب لنهاية) و هو أصغر من أي عدد حقيقي يمكن تصوّره، $-\infty \neq \emptyset$ ح
- الرمز $\infty - \infty$ لا توجد نقط تمثلهما على خط الأعداد الحقيقية، وهما امتداد لخط الأعداد من جهتيه.



وإذا كان أ عددًا حقيقيًا فإننا نعرف الفترات غير المحدودة التالية:

<p>الفترة $[-\infty, \infty)$</p> <p>$[-\infty, \infty)$ (س : س ≥ أ، س ∃ ح)</p> <p>وهي تعبر عن العدد أ وجميع لأعداد الحقيقية الأصغر من أ.</p>	<p>الفترة $(-\infty, \infty]$</p> <p>$(-\infty, \infty]$ (س : س ≤ أ، س ∃ ح)</p> <p>وهي تعبر عن العدد أ وجميع لأعداد الحقيقية أكبر من أ.</p>
---	---

اكتب كلاً من الفترتين $[-\infty, \infty)$ ، $(-\infty, \infty]$ بطريقة الصفة المميزة، ثم مثلهما على خط الأعداد.

<p>الفترة $[-\infty, \infty)$</p> <p>$[-\infty, \infty)$ (س : س > أ، س ∃ ح)</p> <p>وهي تعبر عن جميع الأعداد الحقيقية الأصغر من أ</p>	<p>الفترة $(-\infty, \infty]$</p> <p>$(-\infty, \infty]$ (س : س < أ، س ∃ ح)</p> <p>وهي تعبر عن جميع الأعداد الحقيقية الأكبر من أ</p>
---	---

اكتب الفترتين $[-\infty, \infty)$ ، $(-\infty, \infty]$ بطريقة الصفة المميزة، ثم مثلهما على خط الأعداد.

لاحظ أن

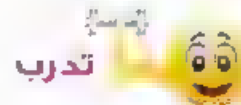
مجموعة الأعداد الحقيقية \mathbb{R} يمكن التعبير عنها على صورة الفترة $]-\infty, +\infty[$

مجموعة الأعداد الحقيقية الموجبة \mathbb{R}^+ = $]0, +\infty[$

مجموعة الأعداد الحقيقية السالبة \mathbb{R}^- = $]-\infty, 0[$

مجموعة الأعداد الحقيقية غير السالبة $\mathbb{R}_{\geq 0}$ = $[0, +\infty[$

مجموعة الأعداد الحقيقية غير الموجبة $\mathbb{R}_{\leq 0}$ = $]-\infty, 0]$



تدرب

اكتب على صورة فترة كلاً من المجموعات الآتية، ومثلها على خط الأعداد.

أ- $\{x \in \mathbb{R} : x \leq 2\}$

ب- $\{x \in \mathbb{R} : x > 3\}$

ج- $\{x \in \mathbb{R} : x < -7\}$

د- $\{x \in \mathbb{R} : x \geq \sqrt{8}\}$

هـ- مجموعة جميع الأعداد الحقيقية الأكبر من -3

الحل



أ- $]-\infty, 2]$

ب- $]3, +\infty[$

ج- $]-\infty, -7[$

أكمل الحل

ضع الرمز المناسب \supset أو \subset أو $\not\subset$ لتكون العبارة صحيحة:

أ- $]-4, +\infty[\supset]1, 2[$

ب- $]-\infty, 0[\supset]0, 2[$

ج- $]-\infty, 2[\supset]1, 3[$

الحل



العمليات على الفترات

حيث إن الفترات هي مجموعات جزئية من مجموعة الأعداد الحقيقية ح. فإنه يمكن إجراء عمليات الاتحاد والتقاطع والفرق والمكملة على الفترات، ويمكن الاستعانة بالتمثيل البياني للفترات على خط الأعداد : لتحديد وتوضيح ناتج العملية ويتضح ذلك من الأمثلة التالية:

أمثلة



١ إذا كانت $S =]-2, 3[$ ، $V =]1, 5[$ فأوجد مستعيناً بخط الأعداد كلاً من :

$$S \cap V$$

$$S \cup V$$

الحل



$$S \cap V =]1, 3[$$

$$S \cup V =]-2, 5[$$

٢ إذا كانت $M =]2, 3[$ ، $N =]0, 1[$ فأوجد مستعيناً بخط الأعداد كلاً من :

$$M \cap N$$

$$M \cup N$$

$$M - N$$

$$N \cup \{3, 4\}$$

الحل



$$M - N =]2, 3[$$

$$M \cap N = \emptyset$$

$$M \cup N =]0, 3[$$

$$N \cup \{3, 4\} =]0, 1[\cup \{3, 4\}$$

$$M - N =]2, 3[$$

$$N \cup \{3, 4\}$$

تدرب



ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة وعلامة (X) أمام العبارة الخطأ:

$$[3, 4] =]4, 1[\cap [3, 4]$$

$$[5, 2] = [5, 3] - [5, 2]$$

$$[5, 2] = [5, 1] \cup [5, 2]$$

$$[-1, 1] = [-1, 1] \cup [3, 1]$$

$$]-5, 5[- [5, 5] =]-5, 5[$$

$$[5, 2] - [5, 2] = [5, 2]$$

العمليات على الأعداد الحقيقية

فكر وناقش

سوف نعلم

- العمليات على الأعداد الحقيقية.
- خواص العمليات على الأعداد الحقيقية.

المصطلحات الأساسية

- الإغلاق.
- الإبدال.
- الدمج.
- المحايد الجمعي.
- المعكوس الجمعي.
- المحايد الضربي.
- المعكوس الضربي.
- توزيع الضرب على الجمع أو الطرح.

أولاً: خواص جمع الأعداد الحقيقية

سبق أن حددنا موضع النقطة s التي تمثل العدد $1 + 2\sqrt{2}$ على خط الأعداد، وحيث أنه يمثل مجموع العددين الحقيقيين $1 + 2\sqrt{2}$ فإن مجموع كل عددين حقيقيين هو عدد حقيقي.



أي أن مجموعة الأعداد الحقيقية \mathbb{R} مغلقة تحت عملية الجمع.

الارتداد إذا كانت $a \in \mathbb{R}$ ، $b \in \mathbb{R}$ فإن $(a+b) \in \mathbb{R}$

فمثلاً: كل من $2+3$ ، $1+2\sqrt{2}$ ، $2+2\sqrt{2}$ ، $2+2\sqrt{2}$ عدد حقيقي.

الإبدال إذا كانت $a \in \mathbb{R}$ ، $b \in \mathbb{R}$ فإن $a+b = b+a$

فمثلاً: $2+3\sqrt{2} = 3\sqrt{2}+2$ ، $2+2\sqrt{2} = 2\sqrt{2}+2$

الدمج إذا كانت $a \in \mathbb{R}$ ، $b \in \mathbb{R}$ ، $c \in \mathbb{R}$ فإن $(a+b)+c = a+(b+c)$

فمثلاً: $(2\sqrt{2}+3)+2 = 2+(2\sqrt{2}+3)$ خاصية الدمج

خاصية الإبدال $(2\sqrt{2}+3)+2 =$

خاصية الدمج $2\sqrt{2}+(3+2) =$

$2\sqrt{2}+5 =$

الصفر هو العنصر المحايد الجمعي إذا كان $a + 0 = 0 + a = a$

فمثلاً: $5\sqrt{v} = 5\sqrt{v} + 0 = 0 + 5\sqrt{v}$ ، $4\sqrt{v} = 4\sqrt{v} + 0 = 0 + 4\sqrt{v}$ ، $-4\sqrt{v} = (-4\sqrt{v}) + 0 = 0 + (-4\sqrt{v})$

وجود معكوس جمعي لكل عدد حقيقي
لكن إذا ح توجد $(-)$ ح حيث $a + (-a) = (-a) + a = 0$ صفراً

فمثلاً: $3\sqrt{v} \Rightarrow$ ح ، معكوسه الجمعي $(-3\sqrt{v}) \Rightarrow$ ح حيث $3\sqrt{v} + (-3\sqrt{v}) = (-3\sqrt{v}) + 3\sqrt{v} = 0$ صفراً.



أكمل لتحصل على عبارة صحيحة:

..... $+ 5 = 5 + 2\sqrt{v}$ أ

..... $(11\sqrt{v}) + 11\sqrt{v}$ ب

..... $+ 5 = 3\sqrt{v} + 7$ ج

د المعكوس الجمعي للعدد $8\sqrt{v}$ هو

هـ المعكوس الجمعي للعدد $(-3\sqrt{v})$ هو

..... $= (-3\sqrt{v}) + 3\sqrt{v}$ و

..... $= 3\sqrt{v} + 7$ ز

..... $= (7\sqrt{v} - 3) + (7\sqrt{v} + 4)$ ح

ط إذا كانت أ ح ، ب د ح فإن أ - ب تعني ناتج جمع العدد أ و العدد ب.

ي إذا كانت أ ط ، ب د ن ، ج د ح فإن (أ + ب + ج) د

ناقش مع معلمك / معلمتك و زملائك: موضحاً بأمثلة:

أ هر عملية الطرح إبدائية في ح؟

ب هر عملية الطرح دامية في ح؟

ثانيًا: خواص ضرب الأعداد الحقيقية:

الانغلاق: إذا كانت $a \in \mathbb{R}$ ، $b \in \mathbb{R}$ فإن $a \times b \in \mathbb{R}$

مجموعة الأعداد الحقيقية مغلقة تحت عملية الضرب.

أي أن حاصل ضرب كل عددين حقيقيين هو عدد حقيقي.

مثلاً: $5 \times 2 = 10 \in \mathbb{R}$ ، $3 \times 4 = 12 \in \mathbb{R}$

$2 \times \frac{1}{2} = 1 \in \mathbb{R}$ ، $\pi \times \frac{1}{\pi} = 1 \in \mathbb{R}$

$2 \times 0 = 0 \in \mathbb{R}$ ، $3 \times 0 = 0 \in \mathbb{R}$

(الابتنال): لكل عددين حقيقيين a, b يكون $a \times b = b \times a$

مثلاً: $2 \times 3 = 3 \times 2 = 6$

الدمج: لكل ثلاثة أعداد حقيقية a, b, c يكون

$(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$

مثلاً: $2 \times (3 \times 4) = (2 \times 3) \times 4 = 6 \times 4 = 24$

$10 = 2 \times 5 = 5 \times 2$

الواحد هو العنصر المحايد الضربي لكل عدد حقيقي $a \neq 0$ يكون $a \times 1 = 1 \times a = a$

مثلاً: $5 \times 1 = 1 \times 5 = 5$

وجود معكوس ضربي لكل عدد حقيقي $a \neq 0$

لكن عدد حقيقي $a \neq 0$

حيث $a \times \frac{1}{a} = \frac{1}{a} \times a = 1$ (المحايد الضربي)

مثلاً: المعكوس الضربي للعدد $\frac{2}{3}$ هو $\frac{3}{2}$ حيث $\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{3}{2} \times \frac{2}{3} = 1$

لاحظ أن: $a \times \frac{1}{a} = \frac{1}{a} \times a = 1$ ، $a \neq 0$

أي أن $\frac{1}{a} = a^{-1}$ المعكوس الضربي للعدد a .

نذكر مع معلومت / معلمتك هل عملية القسمة إبدالية في \mathbb{R} ؟ هل عملية القسمة دمجية في \mathbb{R} ؟

مثال



اكتب كلاً من الأعداد $\frac{6}{2\sqrt{3}}$ ، $\frac{5}{3\sqrt{2}}$ ، $\frac{10}{5\sqrt{2}}$ بحيث يكون المقام عدداً صحيحاً.

الحل

لاحظ أن المحايد الضربي 1 يمكن كتابته بالصورة $\frac{2\sqrt{3}}{2\sqrt{3}}$ أو $\frac{3\sqrt{2}}{3\sqrt{2}}$ أو $\frac{5\sqrt{2}}{5\sqrt{2}}$ أو ...

$$\frac{6}{2\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} \times \frac{6}{2\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3} \times 6}{2\sqrt{3} \times 2\sqrt{3}} = \frac{6}{2}$$

$$\frac{5}{3\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{3\sqrt{2}} \times \frac{5}{3\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2} \times 5}{3\sqrt{2} \times 3\sqrt{2}} = \frac{5}{3}$$

$$\frac{10}{5\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{5\sqrt{2}} \times \frac{10}{5\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2} \times 10}{5\sqrt{2} \times 5\sqrt{2}} = \frac{10}{5}$$

تدرب



أكمل لتحصل على عبارة صحيحة:

$$= 2\sqrt{3} \times \frac{2\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = 2\sqrt{3} \times \frac{2\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = 2\sqrt{3} \times \frac{2\sqrt{3}}{2\sqrt{3}}$$

$$\times 5\sqrt{2} = 5\sqrt{2} \times \frac{5\sqrt{2}}{5\sqrt{2}} = 5\sqrt{2} \times \frac{5\sqrt{2}}{5\sqrt{2}}$$

$$= 7\sqrt{2} \times \frac{7\sqrt{2}}{7\sqrt{2}} = 7\sqrt{2} \times \frac{7\sqrt{2}}{7\sqrt{2}}$$

$$= 5\sqrt{2} \times \frac{5\sqrt{2}}{5\sqrt{2}} = 5\sqrt{2} \times \frac{5\sqrt{2}}{5\sqrt{2}}$$

المحايد الضربي في ح هو العدد

المعكوس الضربي للعدد $\frac{2}{3\sqrt{2}}$ هو

اكتب كلاً من الأعداد الآتية بحيث يكون المقام عدداً صحيحاً:

$$\frac{8}{2\sqrt{3}} \quad \text{ب}$$

$$\frac{25}{10\sqrt{2}} \quad \text{د}$$

$$\frac{10}{6\sqrt{2}} \quad \text{ا}$$

$$\frac{6}{3\sqrt{2}} \quad \text{ج}$$

لأي ثلاثة أعداد حقيقية أ، ب، ج يكون:

$$ا \times (ب + ج) = (ا \times ب) + (ا \times ج) = ا \times ب + ا \times ج$$

$$(ا + ب) \times ج = (ا \times ج) + (ب \times ج) = ا \times ج + ب \times ج$$

توزيع الضرب على الجمع



أمثلة



اختصر إلى أبسط صورة.

$$(2\sqrt{3} + 3)(5 + 2\sqrt{3})$$

$$(5\sqrt{2} + 3) \cdot 2\sqrt{2}$$

$$2(5\sqrt{3} - 2)$$

الحل

$$5\sqrt{3} \times 5\sqrt{2} + 3 \times 5\sqrt{2} = (5\sqrt{3} + 3) \cdot 5\sqrt{2}$$

$$10 + 5\sqrt{6} = 5 \times 2 + 5\sqrt{3} \times 2 \times 2 =$$

$$(2\sqrt{3} + 3)5 + (2\sqrt{3} + 3)2\sqrt{3} = (2\sqrt{3} + 3)(5 + 2\sqrt{3})$$

$$2\sqrt{3} \times 5 + 3 \times 5 + 2\sqrt{3} \times 2\sqrt{3} + 3 \times 2\sqrt{3} =$$

$$2\sqrt{3}5 + 15 + 2 + 2\sqrt{3}3 =$$

$$17 + 2\sqrt{3}8 = 2\sqrt{3}5 + 17 + 2\sqrt{3}3 =$$

$$2(5\sqrt{3} - 2) + 5\sqrt{3} - 2 \times 2 \times 2 + 2(2) = 2(5\sqrt{3} - 2)$$

$$5 \times 9 + 5\sqrt{12} - 4 =$$

$$5\sqrt{12} - 49 =$$

أعط تقديرًا للناتج $(5\sqrt{2} + 3) \times (2\sqrt{2})$ و تحقق من صحة إجابتك باستخدام الآلة الحاسبة.

الحل

$$5\sqrt{2} \text{ تقريباً هو } 7 \quad \therefore (5\sqrt{2} + 3) \text{ تقديرها هو } 7 + 3 = 10$$

$$2\sqrt{2} \text{ تقريباً هو } 3 \quad \therefore (2\sqrt{2} + 3) \text{ تقديرها هو } 3 + 3 = 6$$

$$\therefore (2\sqrt{2} + 3)(5\sqrt{2} + 3) \text{ تقديرها هو } 6 \times 10 = 60$$

ثانيًا: عند استخدام الآلة الحاسبة لحساب $(2\sqrt{2} + 3) \times (5\sqrt{2} + 3)$

نجد أن الناتج ٤٥٩.٠٣٠ أي أن التقدير مقبول.

الوحدة الأولى

الدرس الثامن

العمليات على الجذور التربيعية

فكر ونناقش

إذا كان a ، b عددين حقيقيين غير سالبين فإن:

$$\text{أولاً: } \sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$$

$$\text{فمثلاً: } \sqrt{6} = \sqrt{3 \times 2} = \sqrt{3} \times \sqrt{2}$$

$$\sqrt{20} = \sqrt{10 \times 2} = \sqrt{10} \times \sqrt{2}$$

$$\sqrt{70} = \sqrt{5 \times 14} = \sqrt{5} \times \sqrt{14}$$

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$$

$$\text{فمثلاً: } \sqrt{20} = \sqrt{5 \times 4} = \sqrt{5} \times \sqrt{4} = 2\sqrt{5}$$

$$\sqrt{70} = \sqrt{3 \times 25} = \sqrt{3} \times \sqrt{25} = 5\sqrt{3}$$

$$\text{ثانياً: } \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \text{ حيث } b \neq 0$$

$$\text{فمثلاً: } \sqrt{\frac{5}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\sqrt{\frac{16}{9}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{9}} = \frac{4}{3}$$

$$\text{ثالثاً: } \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \text{ حيث } b \neq 0$$

$$\text{فمثلاً: } \sqrt{\frac{18}{3}} = \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{2}}{1} = 3\sqrt{2}$$

$$\sqrt{\frac{84}{7}} = \frac{\sqrt{84}}{\sqrt{7}} = \frac{2\sqrt{21}}{1} = 2\sqrt{21}$$

سوف نتعلم

إجراء العمليات على الجذور التربيعية.
ضرب عددين مترافقين.

المصطلحات الأساسية

جذر تربيعي.
عددان مترافقان.

أمثلة



↓ اختصر لأبسط صورة $\frac{1}{3}\sqrt{6} + 72\sqrt{3} - 22\sqrt{6}$

الحل

$$\begin{aligned} \frac{1\sqrt{6}}{3} \times 6 + 3 \times 24\sqrt{3} - 3 \times 16\sqrt{6} &= \frac{1}{3}\sqrt{6} + 72\sqrt{3} - 22\sqrt{6} \\ \frac{2\sqrt{6}}{3} \times \frac{1}{2\sqrt{6}} \times 6 + 2\sqrt{3} \times 24\sqrt{3} - 2\sqrt{6} \times 16\sqrt{6} &= \\ 2\sqrt{6} &= 2\sqrt{6} \times 3 + 2\sqrt{6} \times 6 - 2\sqrt{6} \times 48 = \end{aligned}$$

٢ إذا كان س = $\sqrt{2}$ ، ص = $\sqrt{5}$ ، أوجد قيمة المقدار س + ص

الحل

$$\begin{aligned} 1 + \sqrt{5} \times 4 - 2(\sqrt{5} \times 2) &= 2(1 + \sqrt{5} \times 2) = 2\sqrt{5} \\ \sqrt{5} \times 4 - 21 &= 1 + \sqrt{5} \times 4 - 5 \times 4 = \\ \sqrt{5} \times 4 + 9 &= 5 + \sqrt{5} \times 4 + 4 = 2(\sqrt{5} + 2) = 2\sqrt{5} \\ 30 &= \sqrt{5} \times 4 + 9 + \sqrt{5} \times 4 - 21 = 2\sqrt{5} + 2 = 2\sqrt{5} \end{aligned}$$

تدرب

تدرب



↓ ضع كلاً مما يأتي على صورة \sqrt{a} حيث a : ب عدنان صحيحان ، ب أصغر قيمة ممكنة :

- | | | |
|---------------------------|----------------|-----------------|
| $54\sqrt{3}$ ⚡ | $75\sqrt{2}$ ⚡ | $28\sqrt{5}$ ⚡ |
| $162\sqrt{\frac{1}{3}}$ ⚡ | $72\sqrt{2}$ ⚡ | $100\sqrt{2}$ ⚡ |

↓ اختصر إلى أبسط صورة:

- | | | |
|---|--------------------------------|---------------------------------|
| $28\sqrt{2} \times 7\sqrt{2}$ ⚡ | $10\sqrt{2} \times \sqrt{5}$ ⚡ | $2\sqrt{3} \times 18\sqrt{2}$ ⚡ |
| $300\sqrt{2} - 18\sqrt{5} + 27\sqrt{2}$ ⚡ | $40\sqrt{2} - 20\sqrt{2}$ ⚡ | $8\sqrt{2} + 50\sqrt{2}$ ⚡ |

أوجد قيمة كل من $س + ص$ ، $س \times ص$ في الحالات الآتية:

أ $س = \sqrt{5} + 3$ ، $ص = \sqrt{5} - 1$

ب $س = \sqrt{2} - \sqrt{3}$ ، $ص = \sqrt{2} + \sqrt{3}$

ج $س = \sqrt{3} - 5$ ، $ص = \sqrt{3} + 5$

العددان المترافقان

إذا كان أ ، ب عددين نسبيين موجبين

فإن كلاً من العددين $(\sqrt{أ} + \sqrt{ب})$ ، $(\sqrt{أ} - \sqrt{ب})$ **هو** مرافق لعدد الآخر

وتكون مجموعهما $2\sqrt{أ}$ ضعف الحد الأول

وحاصل ضربيهما $(\sqrt{أ} + \sqrt{ب}) \times (\sqrt{أ} - \sqrt{ب}) = (\sqrt{أ})^2 - (\sqrt{ب})^2 = أ - ب$

- مربع الحد الأول - مربع الحد الثاني

حاصل ضرب العددين المترافقين هو دائماً عددٌ نسبيّ

إذا كان لدينا عددٌ حقيقيٌّ مقامه على الصورة $(\sqrt{أ} \pm \sqrt{ب})$ فيجب وضعه في أبسط صورة ، وذلك بضرب البسط والمقام في مرافق المقام .

تدرب 

أكمل 

أ $\sqrt{5} + \sqrt{5}$ مرافقه () وحاصل ضربيهما =

ب $\sqrt{5} - \sqrt{5}$ مرافقه () وحاصل ضربيهما =

ج $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ مرافقه () وحاصل ضربيهما =

أمثلة



إذا كانت س = $\frac{8}{3\sqrt{5}-5\sqrt{3}}$ ، ص = $3\sqrt{5}-2$

اكتب كلاً من س ، ص بحيث يكون المقام عدداً نسبياً ثم أوجد س + ص

الحل

$$س = \frac{8}{3\sqrt{5}-5\sqrt{3}} \times \frac{3\sqrt{5}+5\sqrt{3}}{3\sqrt{5}+5\sqrt{3}} = \frac{8}{3\sqrt{5}+5\sqrt{3}}$$

$$\frac{(3\sqrt{5}+5\sqrt{3})8}{3 \cdot 5 - 5 \cdot 3} = \frac{(3\sqrt{5}+5\sqrt{3})8}{3\sqrt{5} \cdot 4 + 5\sqrt{3} \cdot 4}$$

$$\frac{3\sqrt{5}-2}{3\sqrt{5}-2} \times \frac{3\sqrt{5}+2}{3\sqrt{5}+2} = \frac{3\sqrt{5}+2}{3\sqrt{5}+2} \quad \text{ص}$$

$$س + ص = \frac{3\sqrt{5}+2}{3\sqrt{5}+2} + \frac{3\sqrt{5}-2}{3\sqrt{5}-2} = \frac{3\sqrt{5}+2+3\sqrt{5}-2}{3\sqrt{5}-7+3\sqrt{5}+2} = \frac{6\sqrt{5}}{6\sqrt{5}-5}$$

إذا كانت س = $\frac{4}{3\sqrt{3}-\sqrt{7}}$ ، ص = $3\sqrt{3}-\sqrt{7}$

اثبت أن س ، ص عددان مترافقان، ثم أوجد قيمة كل من المقدارين

س² - 2س ص + ص² ، (س - ص)² ماذا تلاحظ؟

الحل

$$س = \frac{4}{3\sqrt{3}-\sqrt{7}} \times \frac{3\sqrt{3}+\sqrt{7}}{3\sqrt{3}+\sqrt{7}} = \frac{4(3\sqrt{3}+\sqrt{7})}{3\sqrt{3} \cdot 3 + \sqrt{7} \cdot 3} = \frac{4(3\sqrt{3}+\sqrt{7})}{9\sqrt{3}+3\sqrt{7}}$$

ص = $3\sqrt{3}-\sqrt{7}$ ، س ، ص عددان مترافقان

$$س^2 - 2س ص + ص^2 = (3\sqrt{3}-\sqrt{7})^2 - 2 \cdot \frac{4(3\sqrt{3}+\sqrt{7})}{9\sqrt{3}+3\sqrt{7}} \cdot (3\sqrt{3}-\sqrt{7}) + (3\sqrt{3}+\sqrt{7})^2$$

$$= (3 + 21\sqrt{3} \cdot 2 - 7) + (3 - 7) \cdot 2 - (3 + 21\sqrt{3} \cdot 2 + 7) =$$

$$21\sqrt{3} \cdot 2 - 10 + 8 - 21\sqrt{3} \cdot 2 + 10 =$$

$$12 =$$

$$(س - ص)^2 = (3\sqrt{3}-\sqrt{7})^2 - (3\sqrt{3}+\sqrt{7})^2 =$$

$$\therefore (س - ص)^2 = [3\sqrt{2} + \sqrt{2} - 3\sqrt{2} + 7\sqrt{2}] = 4\sqrt{2} \times 3 = 12\sqrt{2}$$

ويلاحظ أن $س^2 - 2سص + ص^2 = (س - ص)^2$

في المثال السابق احسب كلاً من

١ (س + ص) ٢ (س - ص)

٣ (س + ص)(س - ص) ٤ $س^2 - 2سص + ص^2$ ماذا تلاحظ

الحل

١ $س = 3\sqrt{2} + 7\sqrt{2}$ ، $ص = 3\sqrt{2} - 7\sqrt{2}$

فإن $س + ص = 3\sqrt{2} - 7\sqrt{2} + 3\sqrt{2} + 7\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$

٢ $س - ص = (3\sqrt{2} - 7\sqrt{2}) - (3\sqrt{2} + 7\sqrt{2}) = -14\sqrt{2}$

$3\sqrt{2} - 7\sqrt{2} - 3\sqrt{2} - 7\sqrt{2} = -14\sqrt{2}$

٣ $(س + ص)(س - ص) = (-14\sqrt{2})(6\sqrt{2}) = -168$

$21\sqrt{2} =$

٤ $س^2 - 2سص + ص^2 = (3\sqrt{2} + 7\sqrt{2})^2 - 2(3\sqrt{2} + 7\sqrt{2})(3\sqrt{2} - 7\sqrt{2}) + (3\sqrt{2} - 7\sqrt{2})^2 =$

$(3 + 21\sqrt{2} + 7) + 2(21\sqrt{2} + 49) + (3 - 21\sqrt{2} + 7) =$

$3 - 21\sqrt{2} + 7 - 3 + 21\sqrt{2} + 7 = 21\sqrt{2}$

$21\sqrt{2} =$

نلاحظ أن $(س + ص)(س - ص) = س^2 - 2سص + ص^2$

العمليات على الجذور التكعيبية

فكر وناقش

سوف نتعلم

العمليات على الجذور التكعيبية.

المصطلحات الأساسية

الجذر التكعيبي.

لأي عددين حقيقيين a, b :

$$\sqrt[3]{a \times b} = \sqrt[3]{a} \times \sqrt[3]{b} \quad (1)$$

$$\text{فمثلاً: } \sqrt[3]{10} = 2 \times 5 = \sqrt[3]{2} \times \sqrt[3]{5}$$

$$\sqrt[3]{12} = 4 \times 3 = \sqrt[3]{4} \times \sqrt[3]{3}$$

لأي عددين حقيقيين a, b :

$$\sqrt[3]{a} \times \sqrt[3]{b} = \sqrt[3]{a \times b} \quad (2)$$

$$\sqrt[3]{5} \times 2 = \sqrt[3]{5} \times \sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{5 \times 8} = \sqrt[3]{40}$$

$$\sqrt[3]{2} \times 4 = \sqrt[3]{2} \times \sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{2 \times 64} = \sqrt[3]{128}$$

$$\sqrt[3]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}} \quad \text{حيث } b \neq 0, a, b \in \mathbb{R} \quad (3)$$

$$\text{فمثلاً: } \sqrt[3]{\frac{12}{3}} = \frac{\sqrt[3]{12}}{\sqrt[3]{3}} = \sqrt[3]{\frac{12}{3}}$$

$$\frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}} = \sqrt[3]{\frac{a}{b}} \quad \text{حيث } b \neq 0, a, b \in \mathbb{R} \quad (4)$$

$$\text{فمثلاً: } \frac{\sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{2}} = \sqrt[3]{\frac{3}{2}}$$

فكر إذا ضربنا كلاً من البسط والمقام في $\sqrt[3]{4}$ ، فأوجد الناتج في أبسط صورة.

أمثلة



اختصر لأبسط صورة:

$$13\sqrt{\frac{1}{9}}\sqrt{7} - 24\sqrt{2}$$

$$16\sqrt{5} + \frac{1}{2}\sqrt{8} + 54\sqrt{2}$$

الحل

$$2 \times 8\sqrt{5} + \frac{2}{2} \times \frac{1}{2}\sqrt{8} + 2 \times 27\sqrt{2} = 16\sqrt{5} + \frac{1}{2}\sqrt{8} + 54\sqrt{2}$$

$$2\sqrt{2} \times 8\sqrt{2} \times 5 + \frac{2\sqrt{2}}{8\sqrt{2}} \times 8 + 2\sqrt{2} \times 27\sqrt{2} =$$

$$2\sqrt{2} \times 2 \times 5 + \frac{2\sqrt{2} \times 8}{2} + 2\sqrt{2} \times 27 =$$

$$2\sqrt{2} \times 10 + 2\sqrt{2} \times 4 + 2\sqrt{2} \times 27 =$$

$$\frac{120\sqrt{2}}{8\sqrt{2}} \times 7 - 2 \times 8\sqrt{2} - \frac{120\sqrt{2}}{8\sqrt{2}} \times 7 - 24\sqrt{2} - 13\sqrt{\frac{1}{9}}\sqrt{7} - 24\sqrt{2}$$

$$10 - 2\sqrt{2} = \frac{10}{2} \times 2 - 2\sqrt{2} \times 8\sqrt{2} =$$

إذا كانت س = $\sqrt{2}$ ، ص = $\sqrt{2}$

فأوجد قيمة كل من:

$$1 - 2\sqrt{2}$$

$$1 + 2\sqrt{2}$$

الحل

$$2(1 - 2\sqrt{2} + 1 + 2\sqrt{2}) = 2(س + ص) =$$

$$24 = 2 \times 8 = 2(2\sqrt{2} \times 2) =$$

$$2(1 + 2\sqrt{2} - 1 + 2\sqrt{2}) = 2(س - ص) =$$

$$8 = 2(2)$$



تطبيقات على الأعداد الحقيقية

فكر وناقش

سوف نتعلم

حل تطبيقات على الجذور التربيعية والتكعيبية

المصطلحات الأساسية

دائرة.

متواري المستطيلات.

مكعب.

أسطوانة دائرية قائمة.

كرة.

الدائرة

محيط الدائرة 2π نق وحدة طوليه.

مساحة الدائرة π نق² وحدة مربعة

حيث نق طول نصف قطر الدائرة، π (السنة الثمانية)



أمثلة



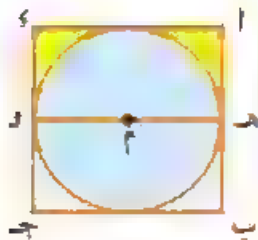
أوجد محيط دائرة مساحتها ٢٨,٥ سم² ($\pi = \frac{22}{7}$)

الحل

مساحة الدائرة π نق²

$$28,5 = \frac{22}{7} \times \text{نق}^2 \Rightarrow \text{نق}^2 = \frac{7 \times 28,5}{22} = \frac{49}{4}$$

$$\therefore \text{نق} = \sqrt{\frac{49}{4}} = \frac{7}{2} = 3,5 \text{ سم}$$



في الشكل المقابل الدائرة م مرسومة داخل

المربع أ ب ج د، فإذا كانت مساحة الجزء

الملون باللون الأصفر $\frac{5}{10}$ سم²

أوجد محيط هذا الجزء ($\pi = \frac{22}{7}$)

الحل

نفرض أن طول نصف قطر الدائرة = نق.

\therefore طول ضلع المربع = ٢ نق

مساحة الجزء باللون الأصفر = مساحة المستطيل أ ه و ي - مساحة نصف الدائرة

$$10 \frac{5}{7} = \text{نق} \times 2 - \frac{1}{4} \times \frac{22}{7} \times 2^2$$

$$\frac{70}{7} = 2 \text{ نق} - \frac{11}{7} \times 2^2 = 2 \text{ نق} - \frac{44}{7}$$

$$\therefore 20 = 2 \text{ نق} \therefore \text{نق} = 10 \text{ سم}$$

محيط الجزء باللون الأصفر = (أ ه + ه و + و ي) + $\frac{1}{4}$ محيط الدائرة

$$= (5 + 10 + 5) + \frac{1}{4} \times \frac{22}{7} \times 20 \times 2 = 30 + \frac{550}{7} = 107 \frac{4}{7} \text{ سم}$$

(مس)

تدرب

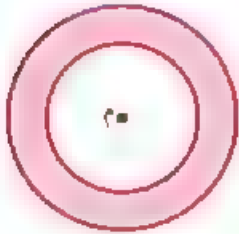


❖ دائرة مساحتها 64π سم². أوجد طول نصف قطرها، ثم أوجد محيطها لأقرب عدد صحيح
($3.14 \approx \pi$).



❖ في الشكل المقابل: أ ب قطر نصف الدائرة فإذا كانت

مساحة هذه المنطقة $12, 22$ سم² أوجد محيط الشكل.



❖ في الشكل المقابل: دائرتان متحدتان في المركز م

طول نصفى قطريهما 3 سم، 5 سم.

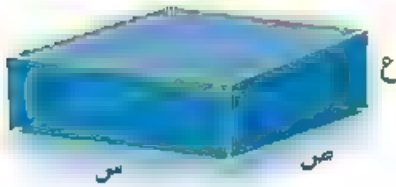
أوجد مساحة الجزء الملون بدلالة π .

متوازي المستطيلات

هو مجسمٌ جميع أوجهه الستة مستطيلة الشكل،

وكل وجهين متقابلين متطابقان

إذا كانت أطوال أحرفه س، ص، ع فإن:



المساحة الجانبية = محيط القاعدة \times الارتفاع

المساحة الجانبية = $2(س + ص) \times ع$ وحدة مربعة

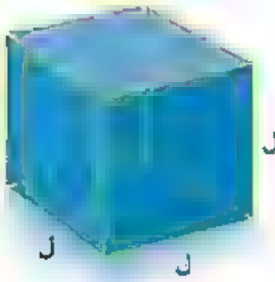
المساحة الكلية = المساحة الجانبية + $2 \times$ مساحة القاعدة

المساحة الكلية = $2(س ص + ص ع + س ع)$ وحدة مربعة

حجم متوازي المستطيلات = مساحة القاعدة \times الارتفاع

حجم متوازي المستطيلات = $س \times ص \times ع$ وحدة مكعبة





حالة خاصة: المكعب

هو متوازي مستطيلات أطوال أحرفه متساوية.

إذا كان طول حرفه = $ل$ وحدة طول فإن

مساحة كل وجه = $ل^2$ وحدة مربعة مساحته الجانبية = $4ل^2$ وحدة مربعة

مساحته الكلية = $6ل^2$ وحدة مربعة حجم المكعب = $ل^3$ وحدة مكعبة

مثال



أوجد المساحة الكلية لمكعب حجمه $١٢٥سم^3$

الحل

حجم المكعب = $ل^3$ $ل = \sqrt[3]{١٢٥} = ٥سم$

المساحة الكلية = $6ل^2 = 6(٥)^2 = ١٥٠سم^2$

(تدرب)

تدرب



متوازي مستطيلات قاعدته مربعة الشكل فإذا كان حجمه $٧٢٠سم^3$ وارتفاعه $٥سم$

أوجد مساحته الكلية.

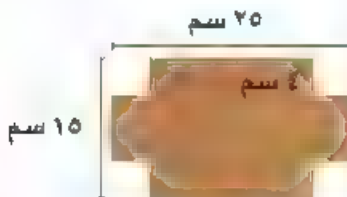
أيهما أكبر حجمًا مكعب مساحته الكلية $٢٩٤سم^2$ أم متوازي مستطيلات أبعاده $٣سم$ ، $٧سم$ ، $٥سم$

قطعة من الورق المقوى مستطيلة الشكل ببعديها $٢٥سم$ ، $١٥سم$

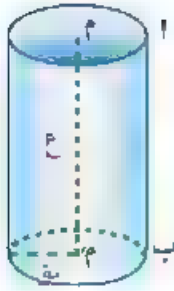
قطع من كل ركن من أركانها الأربعة مربع طول ضلعه $٤سم$.

ثم طويت الأجزاء البارزة لتكون حوضًا على شكل متوازي

مستطيلات، أوجد حجمه ومساحته الكلية.

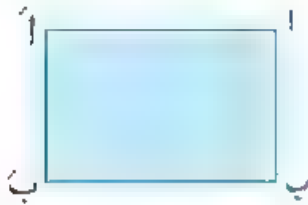


الأسطوانة الدائرية القائمة



هي مجسم له قاعدتان متوازيتان ومتطابقتان كل منهما عبارة عن سطح دائرة، أما السطح الجانبي فهو سطح منحني يسمى سطح الأسطوانة.
 ○ إذا كنت م، م مركزي قاعدتي الأسطوانة فإن م م هو ارتفاع الأسطوانة

هيا نفكر إذا كانت أ د الدائرة م، ب د الدائرة م، أ ب // م م
 ○ وقطعنا سطح الأسطوانة الجانبي عند أ ب وبسطا هذا لسطح فإننا نحصل على سطح المستطيل أ ب ب' أ' ويكون أ ب = ارتفاع الأسطوانة، أ أ' = محيط قاعدة الأسطوانة.



مساحة المستطيل أ ب ب' أ' = المساحة الجانبية للأسطوانة.
 المساحة الجانبية للأسطوانة = محيط لقاعدة × الارتفاع = $2\pi r \times h$
 المساحة الكلية للأسطوانة = المساحة الجانبية + مجموع مساحتي القاعدتين
 $= 2\pi r^2 + 2\pi r h$
 حجم الاسطوانة = مساحة القاعدة × الارتفاع = $\pi r^2 h$

وحدة مربعة

وحدة مربعة

وحدة مربعة

مثال



قطعة من الورق على شكل مستطيل أ ب ج د، فيه أ ب = ١٠ سم، ب ج = ٤٤ سم، طويت على شكل أسطوانة دائرية قائمة، بحيث ينطبق أ ب على د ج وأوجد حجم الأسطوانة الناتجة ($\pi \sim \frac{22}{7}$).

الحل

محيط قاعدة الأسطوانة = ٤٤ سم.

$$44 = 2\pi r$$

$$44 = 2 \times \frac{22}{7} \times r$$

$$r = 7 \text{ سم}$$

حجم الأسطوانة = $\pi r^2 h$

$$= \frac{22}{7} \times 7^2 \times 10 = 1540 \text{ سم}^3$$



تدرب



١ أسطوانة دائرية قائمة، طول نصف قطر قاعدتها ١٤ سم، وارتفاعها ٢٠ سم. أوجد حجمها ومساحتها الكلية.

٢ أسطوانة دائرية قائمة حجمها ٧٥٣٦ سم^٣، وارتفاعها ٢٤ سم أوجد مساحتها الكلية ($\pi = 3.14$)
٣ أيهما أكبر حجمًا: أسطوانة دائرية قائمة طول نصف قطر قاعدتها ٧ سم وارتفاعها ١٠ سم، ثم مكعب طول حرفه ١١ سم.

الكرة

هي مجسم سطحه منحنى جميع نقاط سطحه على أبعاد متساوية (نق) من نقطة ثابتة داخله (مركز الكرة).



إذا قطعت الكرة بمستوى مار بمركزها فإن المقطع دائرة مركزها هو مركز الكرة، وطول نصف قطرها هو طول نصف قطر الكرة نق.

حجم الكرة = $\frac{4}{3} \pi \text{ نق}^3$ وحدة مكعبة.
مساحة سطح الكرة = $4 \pi \text{ نق}^2$ وحدة مربعة.

مثال



كرة حجمها ٥٦٢,٥ سم^٣ π أوجد مساحة سطحها

الحل

$$\begin{aligned} \text{حجم الكرة} &= \frac{4}{3} \pi \text{ نق}^3 \\ \pi 562,5 &= \frac{4}{3} \pi \times \text{نق}^3 \\ \therefore \text{نق}^3 &= \frac{3}{4} \times 562,5 = 421,875 \\ \text{نق} &= \sqrt[3]{421,875} = 7,5 \text{ سم} \\ \text{مساحة سطح الكرة} &= 4 \pi \text{ نق}^2 = 4 \pi (7,5)^2 = \pi 225 \text{ سم}^2 \end{aligned}$$

تدرب



أوجد الحجم ومساحة السطح لكرة طول قطرها ٤,٢ سم ($\pi = 3.14$)

الوحدة الأولى الدرس الحادي عشر

حل المعادلات والمتباينات من الدرجة الأولى في متغير واحد في ح

فكر وناقش

سوف تتعلم

- ١. حل المعادلة من الدرجة الأولى في متغير واحد.
- ٢. حل المتباينات من الدرجة الأولى في متغير واحد.

المصطلحات الأساسية

- ١. المعادلة.
- ٢. الدرجة المعادلة.
- ٣. المتباينة.
- ٤. الدرجة المتباينة.
- ٥. حل المعادلة.
- ٦. حل المتباينة.

أولاً حل المعادلات من الدرجة الأولى في متغير واحد في ح

نعلم أن المعادلة $3x - 2 = 4$ تسمى معادلة من الدرجة الأولى

حيث أن x المتغير (المجهول)

ولحل هذه المعادلة في ح

بيضافة ٢ إلى طرفي المعادلة

$$3x - 2 = 4$$

ويمكن الضرب في المعكوس الضربي لمعامل x

$$3x = 6$$

$$\frac{1}{3} \times 3x = \frac{1}{3} \times 6$$

$$x = 2$$



أي أن مجموعة الحل - { ٢ }

ويمثل الحل على خط الأعداد كما بالشكل المقابل

أمثلة



أوجد في ح مجموع حل المعادلة $7x - 2 = 1$ ومثل

الحل على خط الأعداد.

الحل

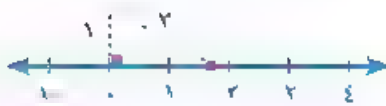
$$7x - 2 = 1 \Rightarrow 7x = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{7}$$

$$\therefore x = \frac{3}{7} \Rightarrow \frac{3}{7} \times \frac{7}{3} = \frac{3}{3} \Rightarrow 3x = 3 \Rightarrow x = 1$$

مجموعة الحل هي $\{ \frac{3}{7} \}$

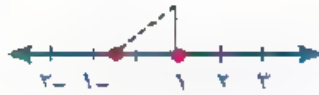
ويمثل الحل على خط الأعداد

كما بالشكل المقابل.



٢ **أوجد** في ح مجموعة حل المعادلة $س + ٢\sqrt{١} = ١$ ، ومثل الحل على خط الأعداد.

الحل



س + ٢√١ = ١
 ∴ س = ١ - ٢√١ ح
 ويمثل الحل على خط الأعداد كما بالشكر المقابل.

ما لتدرب

١ **أوجد** في ح مجموعة الحل لكل من المعادلات الآتية ومثل الحل على خط الأعداد.

٢ س - ٣ = ٤

٢ س + ٤ = ٣

٥ س + ٦ = ١

س - ١ = ٥√٥

٢√٢ س - ١ = ١

س + ٥ = ٠

ثانياً: حل المتباينات من الدرجة الأولى في متغير واحد في ح وتمثيل الحل على خط الأعداد.

الخواص التالية تستخدم لحل المتباينة في ح وتكتب مجموعة الحل على صورة فترة

إذا كانت أ ، ب ، ج أعداداً حقيقية وكان أ > ب فإن:

خاصية الإضافة.

١ أ + ج > ب + ج.

خاصية الضرب في عدد حقيقي موجب.

٢ إذا كانت ج < ٠ فإن أ × ج > ب × ج.

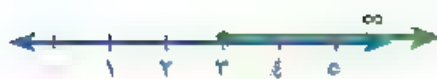
خاصية الضرب في عدد حقيقي سالب.

٢ إذا كان ج > ٠ فإن أ × ج < ب × ج.

أمثلة

١ **أوجد** مجموعة حل المتباينة ٢ س - ١ ≤ ٥ في ح ومثل الحل بيانياً.

الحل

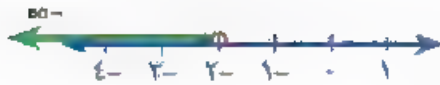


بإضافة ١ إلى طرفي المتباينة تصبح ٢ س ≤ ٦
 بضرب طرفي المتباينة في (١/٢) س ≤ ٣
 ∴ مجموعة الحل في ح هي [٣ ، ∞)
 ويمثلها الشعاع باللون الأخضر على خط الأعداد.

أوجد في ح مجموعة حل المتباينة $5 - 3 < 11$ ، ومثل الحل بيانياً.

الحل

بإضافة (-5) إلى طرفي المتباينة فيكون $3 < 6$
بضرب طرفي المتباينة في $(-\frac{1}{3})$ ينتج أن:
 $2 > 0$



أي أن مجموعة الحل في ح هي $[-2, \infty)$

ويمثلها الجزء باللون الأخضر على خط الأعداد

أوجد في ح مجموعة حل المتباينة $2 \geq 2 - 1 > 5$ ومثل الحل بيانياً

الحل

بإضافة (1) إلى حدود المتباينة $3 \geq 1 + 1 - 1 > 5 + 1$
أي $2 \geq 2 > 6$ ، وبضرب حدود المتباينة في $(\frac{1}{2} < 0)$
 $1 \geq 3 > 0$



\therefore مجموعة الحل في ح هي $[-1, 3)$

ويمثلها على خط الأعداد الجزء باللون الأخضر.

في مثال ما مجموعة حل المتباينة في ط؟

ما مجموعة حل المتباينة في ص؟

أوجد في ح مجموعة حل المتباينة $3 + 5 \geq 3 + 2 > 9 + 1$ ومثل الحل بيانياً :

الحل

$3 + 5 \geq 3 + 2 > 9 + 1$ بإضافة (2)

$5 \geq 3 + 2 > 9$ بإضافة (-3)

$2 \geq 0 > 6$ بضرب حدود المتباينة

$2 \geq 0$

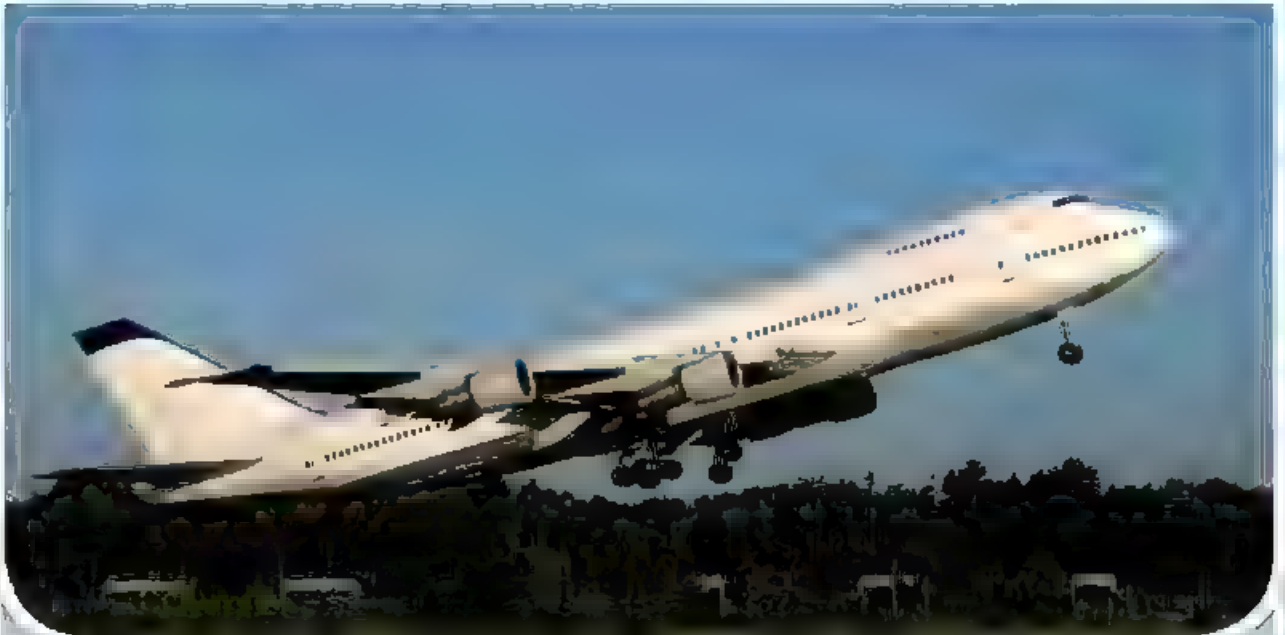
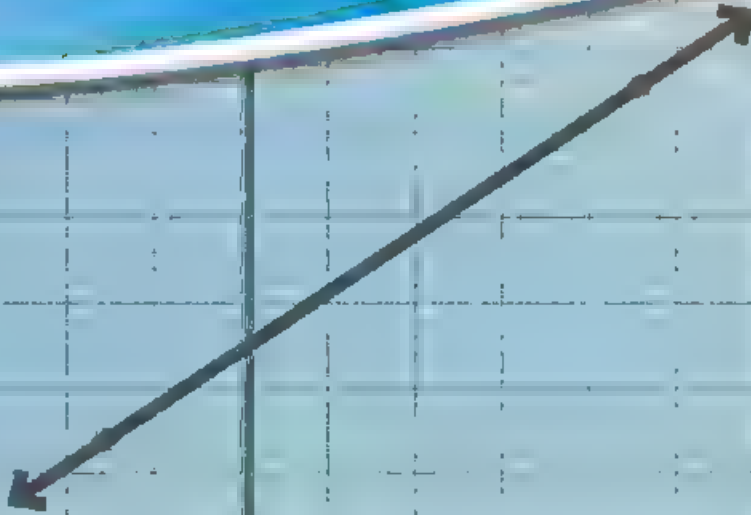


مجموعة الحل في ح هي $[2, 0)$

الوحدة الثانية

٢

العلاقة بين متغيرين



الوحدة الثانية

الدراس الاول

العلاقة بين متغيرين

فكر وناقش



يمتلك شخص أوراقاً مالية فئة ٥٠ جنيهاً، وأوراقاً مالية فئة ٢٠ جنيهاً، فإذا اشترى هذا الشخص جهازاً كهربائياً ثمنه ٣٩٠ جنيهاً

فكر: كم عدد الأوراق من كل نوع التي يعطيها للبائع؟

نفرض أن س: عدد الأوراق فئة ٥٠ جنيهاً، فتكون قيمتها ٥٠س جنيهاً.

وأن ص: عدد الأوراق فئة ٢٠ جنيهاً، فتكون قيمتها ٢٠ص جنيهاً.

والمطلوب: معرفة س، ص التي تجعل: $٥٠س + ٢٠ص = ٣٩٠$

تسمى هذه العلاقة **معادلة من الدرجة الأولى**، في متغيرين يمكن قسمتها طرفي المعادلة على ١٠ فنحصل على معادلة مكافئة لها، وهي:

$$٥س + ٢ص = ٣٩$$

$$٥س - ٣٩ = -٢ص$$

لاحظ أن: كل من س، ص أعداد طبيعية، وفي هذه الحالة تكون س عدد فرداً.

يمكن تكوين الجدول المقابل لمعرفة الإمكانيات المختلفة وهي:

س	ص	(س، ص)
١	١٧	(١٧، ١)
٣	١٢	(١٢، ٣)
٥	٧	(٧، ٥)
٧	٢	(٢، ٧)
٩	سالبة	لا يصلح

أو ٧ ورقات فئة ٥٠ جنيهاً، وورقتين فئة ٢٠ جنيهاً.

سوف نتعلم

١- العلاقة بين متغيرين من

الدرجة الأولى.

٢- التمثيل البياني للعلاقة بين

متغيرين من الدرجة الأولى.

مصطلحات اساسية

متغير.

علاقة.

معادلة من الدرجة الأولى.



١ مع شخص أوراق مالية فئة ٥ جنيهات، وأوراق مالية فئة ٢٠ جنيهًا اشترى هذا الشخص من المركز التجاري بما قيمته ٧٥ جنيهًا، ما الإمكانيات المختلفة لدفع هذا المبلغ باستخدام نوعي الأوراق المالية التي معه؟

٢ مثلث متساوي الساقين، محيطه ١٩ سم، ما الإمكانيات المختلفة لأطوال أضلاعه، عندما بأن أطوال أضلاعه \Rightarrow ص + ص + ص = ١٩

لاحظ أن: مجموع طولي أي ضلعين في المثلث أكبر من طول الضلع الثالث

دراسة العلاقة بين متغيرين

ا س + ب ص = ج حيث ا = ٠، ب = ٠ تسمى علاقة خطية بين المتغيرين س، ص

ويمكن إيجاد مجموعة من الأزواج المرتبة (س، ص) تحقق هذه العلاقة.

مثلاً:

بدراسة العلاقة $٢س - ص = ١$

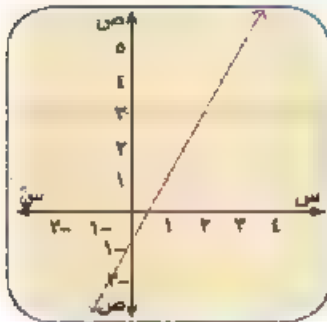
عند $س = ١$	تكون $ص = ١$	$\therefore (١, ١)$	تحقق العلاقة
عند $س = ٠$	تكون $ص = -١$	$\therefore (٠, -١)$	تحقق العلاقة
عند $س = ٣$	تكون $ص = ٥$	$\therefore (٣, ٥)$	تحقق العلاقة
عند $س = ١٠$	تكون $ص = ٢١$	$\therefore (١٠, ٢١)$	تحقق العلاقة

وهكذا نجد أن هناك عدداً لا نهائياً من الأزواج المرتبة التي تحقق هذه العلاقة

لاحظ أن:

١ يمكن تمثيل العلاقة $٢س - ص = ١$ بيانياً باستخدام بعض الأزواج المرتبة التي حصلنا عليها.

٢ كل نقطة \in الخط المستقيم باللون الأحمر، يمثلها زوج مرتب يحقق العلاقة $٢س - ص = ١$.





أوجد أربع أزواج مرتبة تحقق كلًا من العلاقات الآتية ، ومثلها بيانيًا:

$$١ \text{ س} + \text{ص} = ٣$$

$$\text{ب س} - \text{ص} = ٥$$

$$\text{ج ص} = ٢$$

$$\text{د س} = ١$$

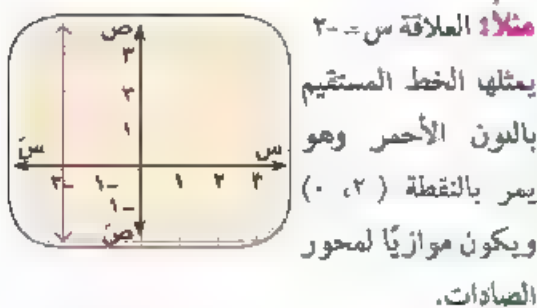
إذا كان (٣، ٢) تحقق العلاقة ٣ س + ب ص = ١، فأوجد قيمة ب.

إذا كان (٢، ١) تحقق العلاقة س + ص = ١٥، فأوجد قيمة ك.

التمثيل البياني للعلاقة بين متغيرين

العلاقة **أ س + ب ص = ج** حيث أ، ب كلاهما $\neq ٠$ تسمى علاقة بين المتغيرين س، ص ويمثلها بيانيًا خط مستقيم.

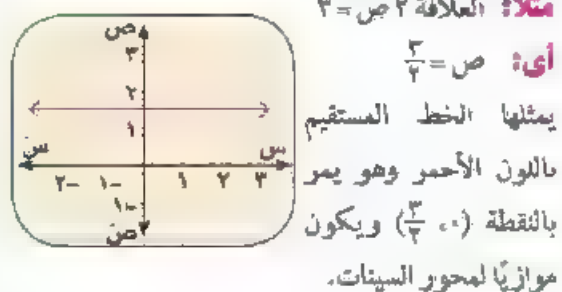
إذا كانت **ب = ٠** يمثلها مستقيم يوازي محور الصادات.



حالة خاصة:

العلاقة س = ٠ يمثلها محور الصادات.

إذا كانت **أ = ٠** يمثلها مستقيم يوازي محور السينات.



حالة خاصة:

العلاقة ص = ٠ يمثلها محور السينات.

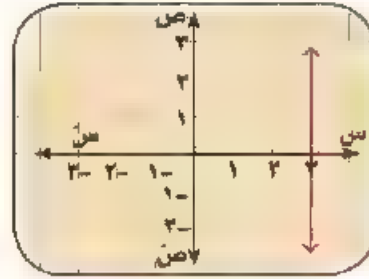
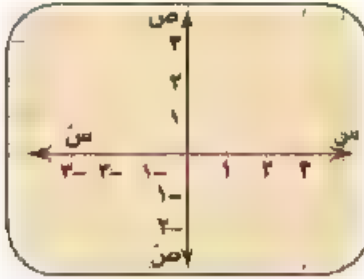


مثل بيانيًا كلًا من العلاقات الآتية:

$$١ \text{ س} + ٢ \text{ ص} = ٥$$

$$\text{ب ص} + ١ = ٠$$

أوجد العلاقة التي يمثلها الخطُ المستقيمُ باللونِ الأحمر في كلٍّ من الشكلين التاليين:



مثال



مثل بيانيًا العلاقة: $ص = ٢ + س$

الحل

يمكن اختيار مجموعة من الأزواج المرتبة التي تحقق هذه العلاقة.

مثلاً: بوضع $ص = ٢$: $س = ١$: $(١, ٢)$ يحقق العلاقة

بوضع $ص = ٠$: $س = ٣$: $(٣, ٠)$ يحقق العلاقة

بوضع $ص = ١$: $س = ٥$: $(٥, ١)$ تحقق العلاقة وهكذا ..

ويمكن وضع هذه النتائج في صورة جدولٍ كالآتي:

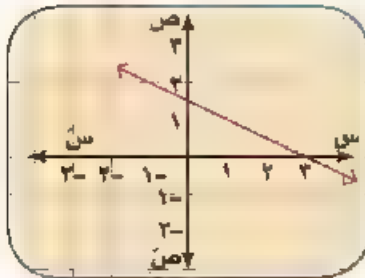
س	١	٣	٥	٠
ص	٢	٠	١	٢

وتمثل هذه العلاقة الخطُ المستقيمُ باللونِ الأحمر.

ناقش مع معلمك:

١ ماذا تلاحظ على تغير قيمة $ص$ كلما زادت قيمة $س$ ؟

٢ متى يمرُّ الخطُ المستقيمُ الممثل للعلاقة $ص = ٢ + س$ ب نقطة الأخرى؟



الوحدة الثانية

الدرس الثاني

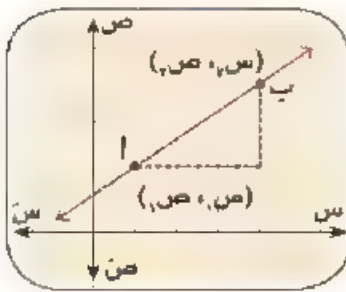
ميل الخط المستقيم وتطبيقات حياتية

فكر وناقش

إذا لاحظنا تحرك نقطة على خط مستقيم من الموضع (س، ص) إلى الموضع ب (س، ص) حيث $س_2 < س_1$ وكل من أ، ب ∈ المستقيم فإن:

التغير في الإحداثي السيني = $س_2 - س_1$ ويسمى بالتغير الأفقي

التغير في الإحداثي الصادي = $ص_2 - ص_1$ ويسمى



سوف نعلم

- ١ ميل الخط المستقيم.
- ٢ تطبيقات حياتية على ميل الخط المستقيم.

مصطلحات أساسية

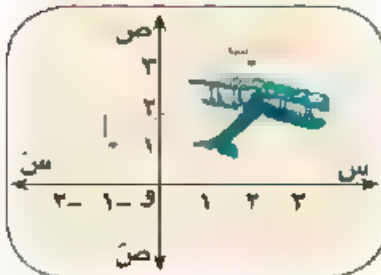
- ١ ميل.
- ٢ ميل موجب.
- ٣ ميل سالب.
- ٤ الميل يساوي صفراً.
- ٥ الميل غير معرف.

ميل الخط المستقيم

التغير في الإحداثي السيني / التغير في الإحداثي الصادي

م = $\frac{س_2 - س_1}{ص_2 - ص_1}$ حيث $ص_2 \neq ص_1$

في الأمثلة الآتية ستدرس الحالات المختلفة للتغير الرأسى (ص - ص):



مثال ١

إذا كانت: أ = (١، ١)، ب = (٣، ٣).

فإن: ميل أ ب = $\frac{٣ - ١}{٣ - ١} = ١$

تلاحظ أن:

- ١ تحركت نقطة أ على الخط المستقيم لأعلى لتصل إلى نقطة ب.
- ٢ $m < n$ ، الميل موجب.

مثال ٢

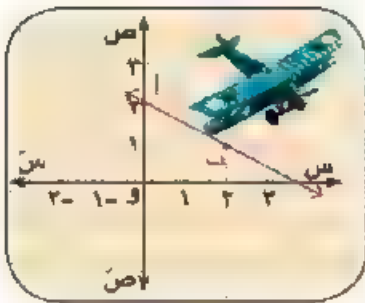


إذا كانت: أ (٢، ٠) ، ب (١، ٢)

فن: ميل $\overrightarrow{AB} = \frac{2-0}{1-2} = -2$

تلاحظ أن:

- ١ تحركت نقطة أ على المستقيم لأسفل لتصل إلى نقطة ب.
- ٢ $m > n$ ، الميل سالب.



مثال ٣

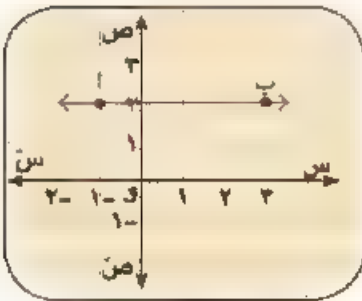


إذا كانت: أ (٢، ١) ، ب (٢، ٣)

فن: ميل $\overrightarrow{AB} = \frac{3-1}{2-2} = \frac{2}{0}$ صفر.

تلاحظ أن:

- ١ تحركت نقطة أ أفقياً لتصل إلى نقطة ب.
- ٢ $m = n$ ، الميل صفر.



مثال ٤

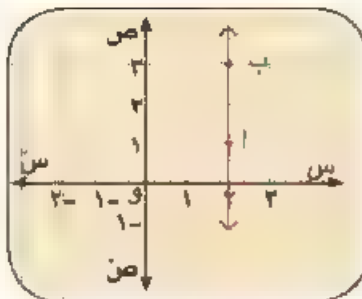


إذا كانت: أ = (١، ٢) ، ب = (٣، ٢) فإننا لا نستطيع حساب الميل؛ لأن تعريف الميل يشترط وجود تغير في الإحداثي السيني.

أي: س = س ، س ≠

وتلاحظ أن:

- ١ تحركت نقطة أ رأسياً لتصل إلى نقطة ب.
- ٢ $m = n$ ، الميل غير معرف.



تدرب



في كل من الحالات التالية، أوجد ميل المستقيم \overleftrightarrow{AB} .

- ١ | أ (٢، ١)، ب (٥، ٠) | ب | أ (١، ٢)، ب (٤، ١) | ج | أ (١، ٢)، ب (٣، ١) | د | أ (٢، ٣)، ب (٣، ٢)

٢ | إذا كانت أ (١، ٢)، ب (٢، ٣)، ج (٤، ٥)، أوجد ميل كل من \overleftrightarrow{AB} ، \overleftrightarrow{BC} ، \overleftrightarrow{AC} ، ومثل كلا منهما بيانًا ماذا تلاحظ؟

٣ | اختر الإجابة الصحيحة من بين القوسين أمام كل عبارة:

٥	٤	٣	٢	١
٩	٧	٥	٣	١

أولاً: الجدول الآتي يبين علاقة س، ص، وحي:

(ص = س + ٤ أو ص = س + ١ أو ص = س - ٢ أو ص = س - ٣)

ثانيًا: إذا كان (٢، ٥) يحقق العلاقة $ص = س - ٣$ فإن ج =

(١ أو ١- أو ١١ أو ١١-)

ثالثًا: (٣، ٢) لا يحقق العلاقة (ص = س + ٥ أو ص = س - ٣ أو ص = س + ٧ أو ص = س - ١)

رابعًا: تستهلك آلة للرى ٤٧، ٢ من اللتر من السولار؛ لتشغيلها ٣ ساعات، فإذا عملت الآلة ١٠ ساعات، فإنها تستهلك من اللتر من السولار.

٤ | أوجد ميل المستقيم \overleftrightarrow{AB} حيث أ (١، ٣)، ب (٢، ٥) هل النقطة ج (٨، ١) $\in \overleftrightarrow{AB}$

تطبيقات حياتية على ميل الخط المستقيم

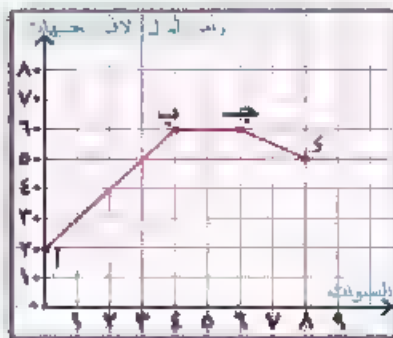
نمليق (١)

الشكل المقابل: يوضح تغير رأس مال شركة خلال ٨ سنوات.

١ | أوجد ميل كل من \overleftrightarrow{AB} ، \overleftrightarrow{BC} ، \overleftrightarrow{AC} ما دلالة كل منها؟
ج | احسب رأس مال الشركة عند بدء عملها.

الحل

أ = (٢٠، ٥)، ب = (٤٠، ٦٠)، ج = (٦٠، ٦٠)، د = (٨٠، ٥٠)



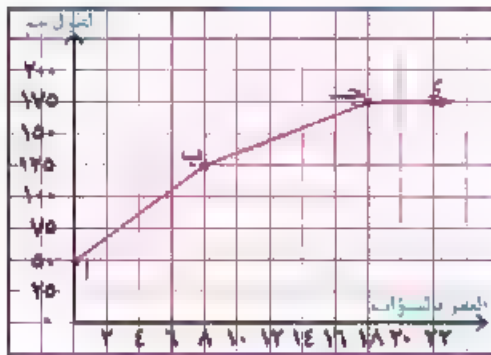
أولاً: ميل $\overrightarrow{AB} = \frac{70 - 60}{4 - 2} = 5$ وهو يعبر عن تزايد رأس مال الشركة خلال السنوات الأربعة. الأولي بمعدل ١٠ آلاف

جنيه

وهو يعنى أن رأس مال الشركة كان ثابتاً خلال السنتين الخامسة والسادسة.

وهو يعبر عن تناقص رأس مال الشركة خلال السنتين الأخيرتين بمعدل ٥ آلاف جنيه.

ثانياً: رأس مال الشركة عند بدء العمل = لإحداثي الصادي لنقطة أ = ٢٠ ألف جنيه.



الشكل المقابل يوضح العلاقة بين طول شخص

(بالسنيمتر) وعمره بالسنوات.

أولاً: أوجد ميل كل من \overrightarrow{AB} ، \overrightarrow{BC} ، \overrightarrow{CD} وما دلالة كل منها؟

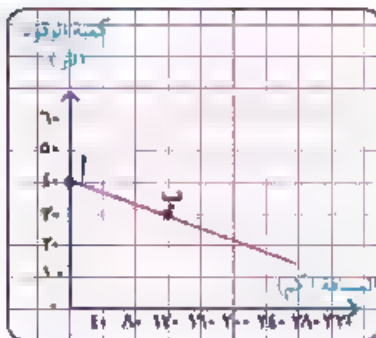
ثانياً: احسب الفرق بين طول هذا الشخص عندما كان عمره ٨ سنوات، وطوله عندما كان عمره ٣٠ سنة.

تطبيق (٢)



ملاً حازم خزان سيارته بالوقود، وسعة هذا الخزان ٤٠ لترًا، وبعد أن تحرك ١٢٠ كم، وجد أن المؤشر يوضح أن المتبقى ٢ سعة الخزان، ارسم الشكل البياني الذي يوضح العلاقة بين كمية الوقود بالخزان والمسافة التي قطعتها السيارة (عندما بأن هذه العلاقة خطية)، واحسب المسافة التي تقطعها السيارة حتى يفرغ الخزان.

الحل



عند البدء: أ (٤٠، ٠)

ب (١٢٠، ٢٠)

بعد قطع ١٢٠ كم $B = (120, 20)$

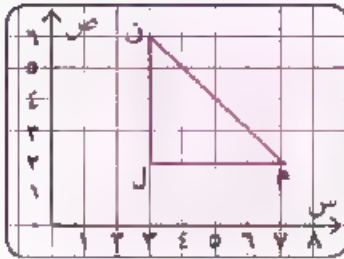
ميل $\overrightarrow{AB} = \frac{20 - 40}{120 - 0} = -\frac{1}{6}$

هذا الميل يعنى أن كمية الوقود بالخزان تنقص بمعدل ١ لتر واحد كل ٦ كم.

يفرغ الخزان عندما تقطع السيارة مسافة - كمية الوقود $\frac{40}{\frac{1}{12}}$ معدل نقص

$$- 40 \times \frac{12}{1} = -480 \text{ كم.}$$

لاحظ ان: أ ب يقطع محور المسافة في النقطة (0, 480) وهي تعبّر عن المطلوب.



في الشكل المقابل:

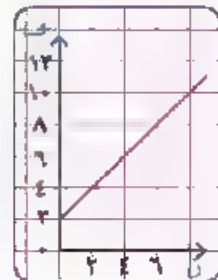
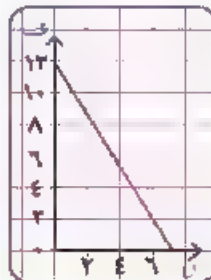
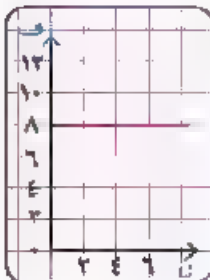
ل م ن مثلث قائم الزاوية في ل، $\angle \text{م} = 40^\circ$ فإذا كان
ل (2, 3)، م (2, 7) أوجد إحداثي ن واحسب ميل م ن.

الحل

إحداثي ن: (6, 3)

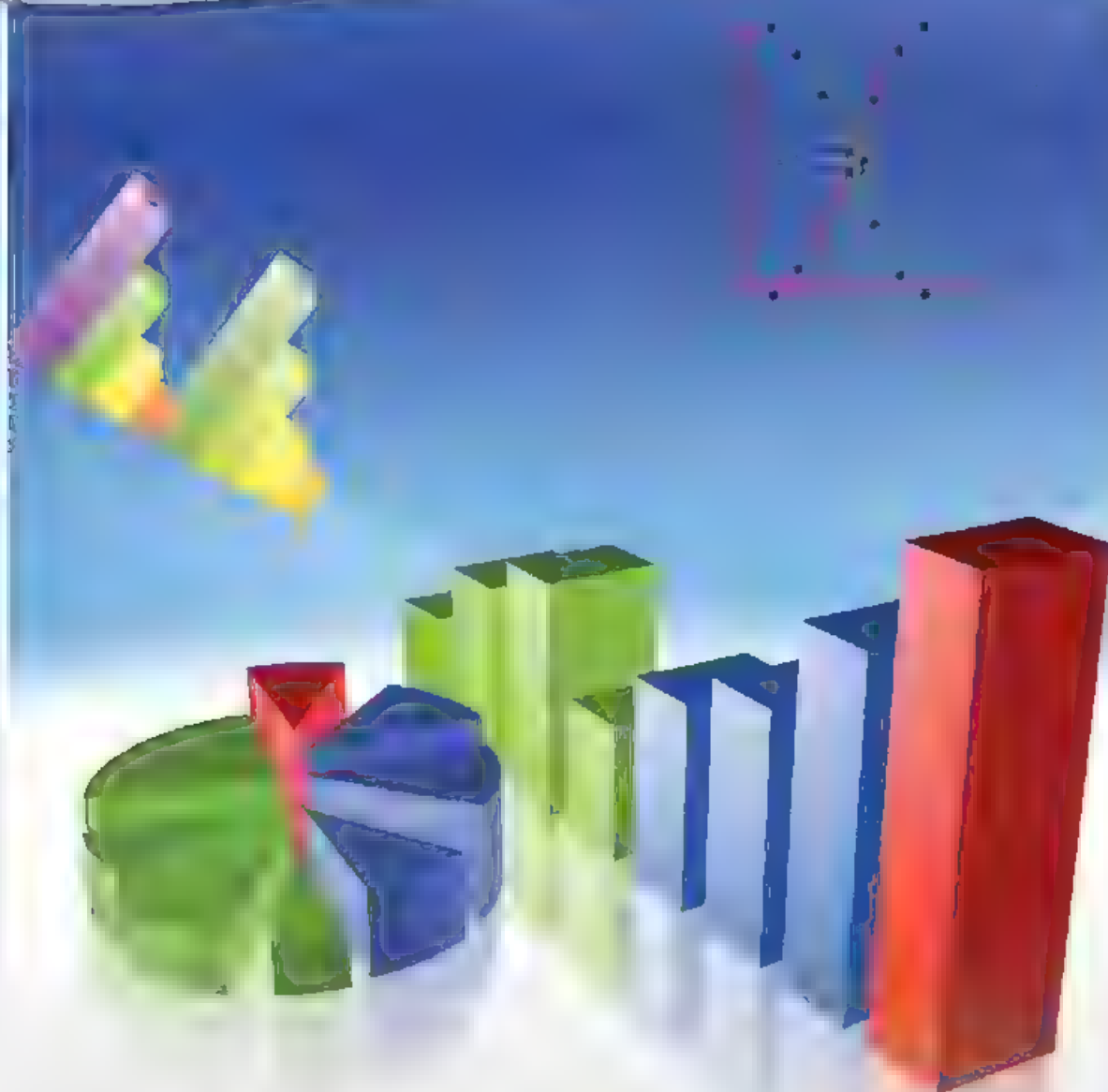
ميل م ن $\frac{3-7}{6-2} = \frac{-4}{4} = -1$

كل من الأشكال التالية يوضّح العلاقة بين المسافة ف (بالمتر) والزمن ن (بالثانية) لجسم.
حدد موضع الجسم عند بدأ الحركة، وعند $n = 6$ ثوان ، وأوجد ميل المستقيم في كل حالة (ماذا يمثل الميل؟).



ناقش معلمي في حل رقم

الإحصاء



الوحدة الثالثة

الدرس الأول

جمع البيانات وتنظيمها

فكر وناقش

إذا بحثت ظاهرة التكدس المروري وطرق علاجه:

• ما مصادر ذلك للحصول على البيانات؟

• كيف يمكنك جمع البيانات حول

هذه الظاهرة؟

• ما الطرق الإحصائية التي سوف

تستخدمها لتحليل البيانات؟

• هل تستطيع تفسير النتائج التي توصلت إليها؟

• ما مقترحاتك لعلاج هذه الظاهرة وتحقيق السيولة المرورية؟

سوف نتعلم

• كيفية جمع البيانات وتنظيمها
في جداول تكرارية ذات
مجموعات

المصطلحات الأساسية

• جمع البيانات.

• تنظيم البيانات

• جدول تكرارى ذو

مجموعات

جمع البيانات

عمل تعاوني تعاون مع زملائك فى جمع البيانات من مصادرها بتوزيع

الأدوار:

أ **المجموعة الأولى:** اجمع بيانات ابتدائية عن ظاهرة محل الدراسة عن طريق استبيان تدور أسئلته حول (وسيلة المواصلات المستخدمة فى التنقل - حالة الطرق - زمن التكدس المروري - وجود إشارات استرشادية على الطرق - التواجد الأمنى).

ب **المجموعة الثانية:** اجمع بيانات ثانوية عن ظاهرة محل الدراسة من: نشرات المرورية - الإنترنت - مصادر الإعلام.

ج **المجموعة الثالثة:** لاحظ أى الطرق أكثر ازدحامًا، وسلوك قئدى السيارات والتزامهم بقوانين المرور، ومدى التزام المشاة بأداب الطريق، وعبور الطرق من المناطق المعدة لعبور المشاة.



تنظيم وتحليل البيانات

تعاون مع زملائك في إعداد جدول تكراري لوسيلة المواصلات التي يستخدمها زملاؤك.

وسيلة المواصلات	مترو	حافلة	سيارة خاصة	تاكسي	دراجة	سيارة على الأقدام	المجموع
التكرار						

حدد الوسيلة الأكثر استخدامًا (المثال)

١. هل هذه الوسيلة مناسبة؟ هل تساعد في علاج ظاهرة التكدس المروري؟ لماذا؟

٢. ما مقترحائك لعلاج هذه الظاهرة في ضوء ما توصلت إليه من نتائج؟

تنظيم البيانات وعرضها في جداول تكرارية

مثال



فيما يلي بيان بالدرجات التي حصل عليها ٣٠ طالبًا في إحدى الاختبارات

١٢	١٣	٧	٦	٨	٥	٤	٧	١٠	٧
٩	١٣	١٢	١٥	٩	١١	١٢	١١	٩	٢
١٧	٨	١٣	٣	١٤	٩	٣	١٩	١٤	٥

المطلوب: تكوين الجدول التكراري ذي المجموعات لهذه البيانات .

الحل

لتكوين الجدول التكراري ذي المجموعات نتبع الخطوات التالية:

أولاً: نوجد أكبر قيمة لهذه البيانات و أصغر قيمة لها؟

باعتبار مجموعة البيانات السابقة هي سـ

فإن: سـ - (س : ٢ ≥ س ≥ ١٩)

أي أن: قم سـ تبدأ من ٢ وتنتهي عند ١٩

أي أن: المدى = أكبر قيمة - أصغر قيمة = ١٩ - ٢ = ١٧

ثانياً: تجزأ المجموعة سـ إلى عدد من المجموعات الجزئية و المتساوية المدى وليكن ٦ مجموعات.

∴ مدى المجموعة = $\frac{١٧}{٦}$ تقرب من ٣

ثالثاً: تصبح المجموعات الجزئية كالتالي.

المجموعة الأولى	٢
المجموعة الثانية	٥
المجموعة الثالثة	٨
المجموعة الرابعة	١١

وهكذا

لاحظ ان ٢ معناها مجموعة لبيئات الأكبر من أو تساوى ٢ والأقل من ٥ وهكذا.
رابعاً: تسجّر البيئات في الجدول التالي:

المجموعة	العلامات	التكرار
٢ -	////	٤
٥ -	/ ///	٦
٨ -	// ///	٧
١١ -	/// ///	٨
١٤ -	///	٣
١٧ -	//	٢
المجموع		٣٠

خامساً: يحذف عمود العلامات من الجدول فنحصر على الجدول التكرارى ذى المجموعات، ويمكن كتابته رأسياً أو أفقياً والصورة الأفقية للجدول هي كالاتى:

المجموعة	٢	٥	٨	١١	١٤	١٧	المجموع
التكرار	٤	٦	٧	٨	٣	٢	٣٠

الوحدة الثالثة

الدرس الثاني

الجدول التكرارى المتجمع الصاعد والجدول التكرارى المتجمع النازل وتمثيلهما بيانياً

فكر وناقش

أولاً: الجدول التكرارى المتجمع الصاعد وتمثيله بيانياً

مثال



يبين الجدول الآتى التوزيع التكرارى لأطوال ١٠٠ تلميذ بالسنتيمترات فى إحدى المدارس:

(مجموعات) الطول بالسنتيمتر	١١٥ - ١٢٠	١٢٠ - ١٢٥	١٢٥ - ١٣٠	١٣٠ - ١٣٥	١٣٥ - ١٤٠	١٤٠ - ١٤٥	المجموع
عدد التلاميذ (التكرار)	٨	١٢	١٩	٢٣	١٨	١٣	٧
١٠٠							

ما عدد التلاميذ الذين تقل أطوالهم عن ١١٥ سم؟

ما عدد التلاميذ الذين تقل أطوالهم عن ١٣٥ سم؟

ما عدد التلاميذ الذين تقل أطوالهم عن ١٤٥ سم؟

كوّن الجدول التكرارى المتجمع الصاعد لهذه البيانات ومثله بيانياً

الحل

هل يوجد تلاميذ تقل أطوالهم عن ١١٥ سم؟ لا

هل يوجد تلاميذ تقل أطوالهم عن ١٣٥ سم؟ وما عددهم؟ نعم، ٦٢ تلميذاً.

كيف توجد عدد التلاميذ الذين تقل أطوالهم عن ١٤٥ سم؟ **نجمع عدد**

القلاميذ فى مجموعات الطول الأقل من المجموعة ١٤٥

و الآن للإجابة عن التساؤلات السابقة بطريقة أكثر سهولة نكون الجدول

التكرارى المتجمع الصاعد، وذلك كالتالى:

سوف نتعلم

- ١- كيفية تكوين كل من الجدول التكرارى المتجمع الصاعد والنازل.
- ٢- التمثيل البياني لكل من الجدول التكرارى المتجمع الصاعد والنازل.

المصطلحات الأساسية

- ١- توزيع تكرارى.
- ٢- جدول تكرارى.
- ٣- جدول تكرارى متجمع صاعد.
- ٤- جدول تكرارى متجمع نازل.
- ٥- منحى تكرارى متجمع صاعد.
- ٦- منحى تكرارى متجمع نازل.



جدول التكرار للمتجمع الصاعد	
الحدود العليا لمجموعات	التكرار للمتجمع الصاعد
أقل من ١١٥	صفر
أقل من ١٢٠	٨
أقل من ١٢٥	٢٠
أقل من ١٣٠	٣٩
أقل من ١٣٥	٦٢
أقل من ١٤٠	٨٠
أقل من ١٤٥	٩٣
أقل من ١٥٠	١٠٠

التكرار المتجمع

الحدود العليا للمجموعات

أقل من ١١٥	٠
أقل من ١٢٠	٠ + ٨
أقل من ١٢٥	٠ + ٨ + ٢٠
أقل من ١٣٠	٠ + ٢٠ + ٣٩
أقل من ١٣٥	٠ + ٢٣ + ٦٢
أقل من ١٤٠	٠ + ١٨ + ٨٠
أقل من ١٤٥	٠ + ١٣ + ٩٣
أقل من ١٥٠	٠ + ٧ + ١٠٠

أي

ولتمثيل الجداول التكراري للمتجمع الصاعد بيانياً:

- ١ نخصص المحور الأفقي للمجموعات والمحور الرأسى للتكرار المتجمع الصاعد.
- ٢ نختار مقياساً للرسم على المحور الرأسى بحيث يتسع المحور للتكرار الكلى للمتجمع الصاعد عدد عناصر المجموعة.
- ٣ نمثل التكرار المتجمع الصاعد لكل مجموعة ونرسم الخط البياني لها بالتتابع.



ثانياً الجدول التكرارى المتجمع النازل وتمثيله بيانياً .

من التوزيع التكرارى السابق ، والذي يبين أطوال ١٠٠ طالب بالسنتيمترات فى إحدى المدارس أوجد:

- عدد التلاميذ الذين أطوالهم ١٥٠ سم فأكثر.
- عدد التلاميذ الذين أطوالهم ١٤٠ سم فأكثر.
- عدد التلاميذ الذين أطوالهم ١٣٥ سم فأكثر.

كوّن الجدول التكرارى المتجمع النازل، ثم مثله بيانياً.

الحل

لا يوجد تلاميذ أطوالهم ١٥٠ سم فأكثر.
 عدد التلاميذ الذين أطوالهم ١٤٠ سم فأكثر هو $٧ + ١٣ = ٢٠$ طالباً
 عدد التلاميذ الذين أطوالهم ١٣٥ سم فأكثر هو
 أكمل: ١٩ + + + + =

لإجابة عن هذه التسؤلات بصورة أكثر سهولة نكوّن الجدول التكرارى المتجمع النازل كالتالى

الحدود السفلى للمجموعات	
التكرار المتجمع الصاعد	الحدود السفلى للمجموعات
١٠٠	١١٥ فأكثر
٩٢	١٢٠ فأكثر
٨٠	١٢٥ فأكثر
٦١	١٣٠ فأكثر
٣٨	١٣٥ فأكثر
٢٠	١٤٠ فأكثر
٧	١٤٥ فأكثر
صفر	١٥٠ فأكثر

التكرار المتجمع النازل	الحدود السفلى للمجموعات
$١٠٠ = ٨ + ٩٢$	١١٥ فأكثر
$٩٢ = ١٣ + ٨٠$	١٢٠ فأكثر
$٨٠ = ١٩ + ٦١$	١٢٥ فأكثر
$٦١ = ٢٣ + ٣٨$	١٣٠ فأكثر
$٣٨ = ١٨ + ٢٠$	١٣٥ فأكثر
$٢٠ = ١٣ + ٧$	١٤٠ فأكثر
$٧ = ٧ + ٠$	١٤٥ فأكثر
٠	١٥٠ فأكثر

ولتمثيل هذا الجدول بيانياً نتبع نفس خطوات تمثيل الجدول التكرارى المتجمع الصاعد ، وذلك لحصل على التمثيل البياني التالى:



الجدول الاتى يمثل التوزيع التكرارى لأعمار ٥٠ عاملاً بأحد المطابع .

المجموعات	٢٠	٢٥	٣٠	٤٠	٤٥	٥٠
تكرار	٦	٧	١٠	١١	٩	٣

المطلوب:

- أكمل الجدول.
- ارسم فى شكل واحد المنحنى التكرارى لمنجمع الصاعد والمنحنى التكرارى المتجمع النازل لهذا التوزيع.
- من الرسم أوجد :
 - أولاً : عدد العمال الذين أعمارهم أكبر من ٣٥ سنة.
 - ثانياً : عدد العمال الذين أعمارهم أصغر من ٤٥ سنة.

ناقش معلمك فى الحل

الوحدة الثالثة

الدرس الثالث

الوسط الحسابي - الوسيط - المنوال

فكر وناقش

أولاً: الوسط الحسابي

سبق أن درست كيفية إيجاد الوسط الحسابي لمجموعة من القيم وعلمت أن

$$\frac{13 + 15 + 16 + 14 + 17}{5} = 15$$

مثلاً: إذا كان أعمار 5 تلاميذ هي ١٣، ١٥، ١٦، ١٤، ١٧ سنة فإن،

$$\frac{13 + 15 + 16 + 14 + 17}{5} = \text{الوسط الحسابي لأعمارهم}$$

$$= \frac{75}{5} = 15 \text{ سنة}$$

$$13 + 15 + 16 + 14 + 17 = 5 \times 15$$

الوسط الحسابي: هو أوسط المتوسطات جميعاً، وأكثرها تداولاً، وهو القيمة التي لو أعطيت لكل مفردة من مفردات المجموعة لكان مجموع هذه القيم الجديدة هو نفس مجموع القيم الأصلية، ويمكن حسابه بجمع قيم المفردات كلها ثم نقسم على عدد المفردات.

إيجاد الوسط الحسابي لبيانات من جداول تكرارية ذات مجموعات،

كيف يمكن إيجاد الوسط الحسابي للتوزيع التكراري الآتي:

المجموعات	١٠ -	٢٠ -	٣٠ -	٤٠ -	٥٠ -	المجموع
التكرار	١٠	٢٠	٢٥	٣٠	١٥	١٠٠

لاحظ: لإيجاد الوسط الحسابي لتوزيع تكراري ذي مجموعات تتبع الخطوات التالية:

سوف تتعلم

- كيفية إيجاد الوسط الحسابي من جدول تكراري ذي مجموعات
- كيفية حساب الوسيط من جدول تكراري ذي مجموعات.
- كيفية حساب المنوال من جدول تكراري ذي مجموعات

المصطلحات الأساسية

- وسط حسابي.
- وسيط.
- مدرج تكراري
- منوال.



١) نحدد مراكز المجموعات:

مركز المجموعة الأولى - $\frac{20+10}{2} = 15$. مركز المجموعة الثانية - $\frac{20+20}{2} = 20$... وهكذا ونظراً لأن مدى المجموعات الجزئية متساو، وكل منها = ١٠ نعتبر الحد الأعلى للمجموعة الأخيرة = ٦٠ فيكون:

$$\text{مركزها} = \frac{60+50}{2} = 55$$

٢) نكون الجدول الرأسي الآتي:

المجموعة	مركز المجموعة	التكرار	مركز المجموعة	التكرار	المجموع
م	ك	م	ك	م	ك
١٠	١٥	١٠	١٥٠		
- ٢٠	٢٥	٢٠	٥٠٠		
- ٣٠	٣٥	٣٥	٨٧٥		
- ٤٠	٤٥	٣٠	١٣٥٠		
- ٥٠	٥٥	١٥	٨٢٥		
		١٠٠	٣٧٠٠		
					المجموع

٣) الوسط الحسابي - مجموع (ك × م) / مجموع ك

$$37 = \frac{3700}{100} =$$

تدرب



- ١) إذا كان الوسط الحسابي لدرجات تلميذ في الخمسة أشهر الأولى هي ٢٣,٨ فما الدرجة التي يجب أن يحصل عليها في الشهر السادس ليكون الوسط الحسابي لدرجاته ٢٤ درجة؟
- ٢) فيما يلي التوزيع التكراري لأوزان ٣٠ طفلاً بالكيلوجرامات.

الوزن بالكيلو جرام	٦	١٠	١٤	١٨	٢٢	٢٦	٣٠	المجموع
التكرار	٢	٣	٥	٨	٦	٤	٢	٣٠

أكمل الجدول ثم أوجد الوسط الحسابي لهذا التوزيع.



ثانيًا: الوسيط

هو القيمة التي تتوسط مجموعة المفردات بعد ترتيبها تصاعدياً أو تنازلياً بحيث يكون عدد القيم الأصغر منها مساوياً لعدد القيم الأكبر منها

إيجاد الوسيط لتوزيع تكرارى ذي المجموعات بيانياً

- ١ ننشأ الجدول التكرارى المتجمع الصاعد أو التازل ، ثم نرسم المنحنى التكرارى المتجمع له.
- ٢ نحدد ترتيب الوسيط = مجموع لتكرارات
- ٣ نحدد النقطة أعلى المحور الرأسى (التكرار) والتي تمثل ترتيب الوسيط.
- ٤ نرسم مستقيماً أفقياً من نقطة أليفطع المنحنى فى نقطة نرسم منها عموداً على المحور الأفقى : ليقطعه فى نقطة تمثل الوسيط.

مثال ١

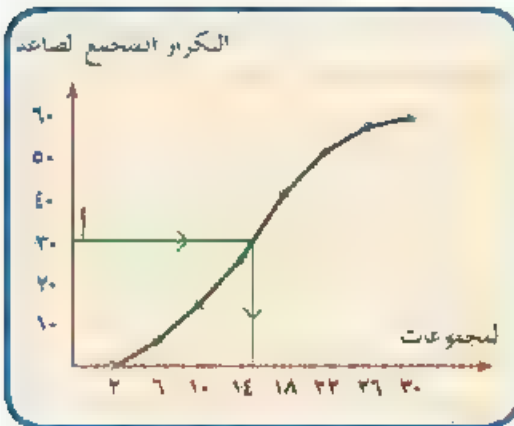
التوزيع التكرارى الآتى يبين درجات ٦٠ طالباً فى أحد الاختبارات

التكرار	٢	٦	١٠	١٤	١٨	٢٢	٢٦
الترتيب	٦	٩	١٢	١٥	١٠	٥	٣

أوجد لوسيط هذا التوزيع مستخدماً جدول التكرار المتجمع الصاعد.

الحل

- ١ ننشأ الجدول التكرارى المتجمع الصاعد.
- ٢ نوجد ترتيب الوسيط = $\frac{60}{2} = 30$
- ٣ نرسم المنحنى التكرارى المتجمع الصاعد ومن الرسم نوجد الوسيط.



الحدود العليا للمجموعات التكرار المتجمع الصاعد

صغر	أقل من ٢
٦	أقل من ٦
١٥	أقل من ١٠
٢٧	أقل من ١٤
٤٢	أقل من ١٨
٥٢	أقل من ٢٢
٥٧	أقل من ٢٦
٦٠	أقل من ٣٠

من الرسم الوسيط = ١٤,٨ من الدرجة

فكر هل يمكنك إيجاد الوسيط باستخدام الجدول التكرارى لمجتمع النازل؟
هل تختلف قيمة الوسيط فى هذه الحالة.

مثال ٢



التوزيع التكرارى الآتى يبين الأجر اليومى لعدد ١٠٠ عامل فى أحد المصانع.

الأجر بالجنيه (المجموعات)	١٥ -	٢٠ -	٢٥ -	٣٠ -	٣٥ -	٤٠ -	المجموع
عدد العمال (التكرار)	١٠	١٥	٢٢	٣٥	٢٠	٨	١٠٠

المطلوب:

- رسم المنحنيين المتجمع الصاعد والنازل لهذا التوزيع معاً.
- هل يمكن إيجاد الأجر الوسيط من هذا المنحنى؟

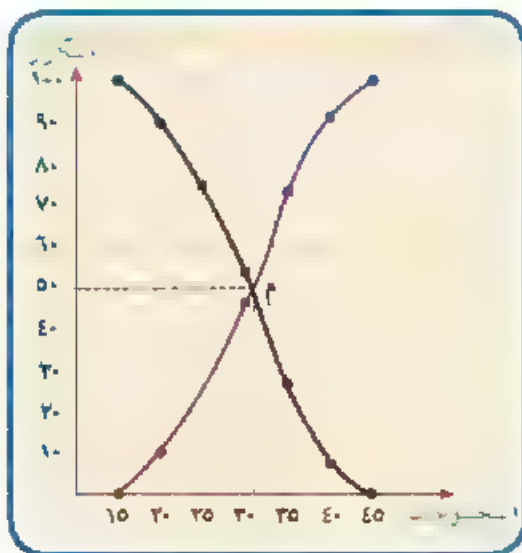
الحل

الحدود العليا للمجموعات	التكرار المتجمع	الحدود السفلى لمجموعات	التكرار المتجمع
أقل من ١٥	صفر	١٥ فأكثر	١٠٠
أقل من ٢٠	١٠	٢٠ فأكثر	٩٠
أقل من ٢٥	٢٥	٢٥ فأكثر	٧٥
أقل من ٣٠	٤٧	٣٠ فأكثر	٥٣
أقل من ٣٥	٧٢	٣٥ فأكثر	٢٨
أقل من ٤٠	٩٢	٤٠ فأكثر	٨
أقل من ٤٥	١٠٠	٤٥ فأكثر	صفر

لاحظ أن:

المنحنى التكرارى المتجمع الصاعد يتقاطع مع المنحنى التكرارى المتجمع النازل فى نقطة واحدة هى نقطة م.

الوحدة الثالثة الدرس الثالث



الإحداثي الرأسى لنقطة م = 30

100

= ترتيب الوسيط

الإحداثي الأفقي لنقطة م يعين الوسيط

كل 10 مم من المحور الأفقي تمثل 5 جنيهات
أكمل 2 مم تمثل

الأجر الوسيط = $\frac{8 \times 2}{10} + 30 = 31$ جنيهًا.

تدرب



ارسم منحنى التكرار المتجمع النازل للتوزيع التكرارى التالى ثم أوجد قيمة الوسيط.

المجموعات	-5	-10	-15	-20	-25	-30	المجموع
التكرار	4	6	10	17	10	3	50

ثالثًا: المنوال

هو القيمة الأكثر شيوعًا فى مجموعة المفردات أى القيمة التى تتكرر أكثر من غيرها من القيم.

مثال



الجدول الآتى يبين التوزيع التكرارى لدرجات 40 تلميذًا فى أحد الاختبارات.

المجموعات	-2	-6	-10	-14	-18	-22	-26
التكرار	3	5	8	10	7	5	2

أوجد المنوال لهذا التوزيع بيانيًا.

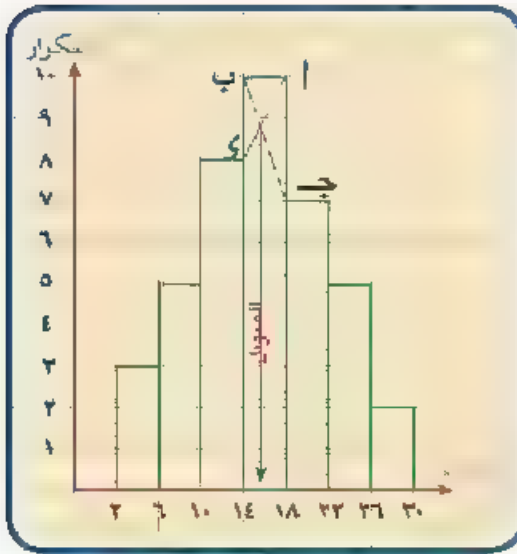
الحل

يمكن إيجاد المنوال لهذا التوزيع بيانيًا باستخدام المدرج التكرارى، وذلك كالآتى:

أولاً: ارسم المدرج التكرارى

١ نرسم محورين متعامدين أحدهما أفقيًا لتمثيل لمجموعات، والاخر رأسيًا لتمثيل تكرار كل مجموعة.

- ٢ نقسم المحور الأفقي إلى عددٍ من الأقسام المتساوية بمقياس رسم مناسب لتمثيل المجموعات
- ٣ نقسم المحور الرأسي إلى عددٍ من الأقسام المتساوية بمقياس رسم مناسب بحيث يمكن تمثيل أكبر تكرار في المجموعات.
- ٤ نرسم مستطيلاً قاعدته هي المجموعة (٢-١) وارتفاعه يساوي التكرار (٣).
- ٥ نرسم مستطيلاً ثابتاً ملاصقاً للمستطيل الأول قاعدته هي لمجموعة (٦) وارتفاعه يساوي التكرار (٥).
- ٦ نكرر رسم باقي المستطيلات الملاصقة حتى آخر مجموعة (٢٦-١).



ثانيًا: إيجاد المنوال من المدرج التكراري:

لإيجاد المنوال من المدرج التكراري نلاحظ أن

المجموعة الأكثر تكرارًا هي المجموعة (١٤ - ١٨)

وتسمى المجموعة المنوالية. لماذا؟

نحدد نقطة تقاطع $أ ب$ ج من الرسم، ونسقط

منها عمودًا على المحور الأفقي يحدد القيمة

المنوالية للتوزيع.

من الرسم ما القيمة المنوالية؟

ناقش معلمك في الحل

الوحدة الرابعة

٤

متوسطات المثلث والمثلث المتساوي الساقين



الوحدة الرابعة

الدرس الأول

متوسطات المثلث

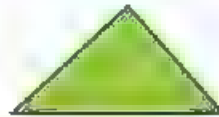
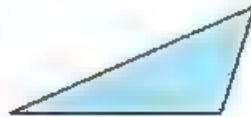
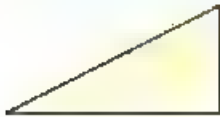
متوسط المثلث هو القطعة المستقيمة المرسومة من رأس المثلث إلى منتصف الضلع المقابل لهذا الرأس.

في \triangle أ ب ج: \therefore ك منتصف ب ج

فيكون أ ك متوسط للمثلث

- ماعدد متوسطات أي مثلث؟

- ارسم المتوسطات في كل من المثلثات التالية:



نظرية (1)

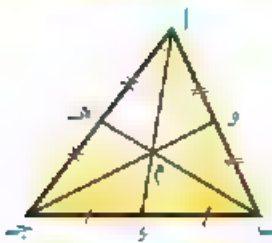
متوسطات المثلث تتقاطع جميعا في نقطة واحدة



في \triangle أ ب ج: إذا كانت ك منتصف ب ج،

هـ منتصف أ ج، و منتصف أ ب.

فإن: أ ك، ب هـ، ج و تتقاطع في نقطة واحدة.



تدرب



في الشكل المقابل:

أ ب ج مثلث فيه س منتصف ب ج،

ص منتصف أ ب، \therefore س ك \parallel ج ص - (ن).



- ١ رسم ب ن ليقطع ا ج في ع ،
أوجد بالقياس طول ا ع ، طول ج د ع .
هل ا ع - ج د ع ؟ فسر إجابتك ؟

٢ قس الأطوال ثم أكمل :

$$\frac{\text{ر س}}{\text{ن ا}} = \frac{\text{ن ص}}{\text{ن ح}} = \frac{\text{ن ع}}{\text{ن ب}}$$

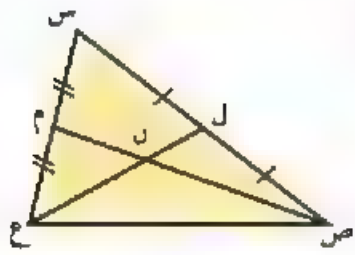
إذا كانت قياساتك دقيقة فإن $\frac{\text{ر س}}{\text{ن ا}} = \frac{\text{ن ص}}{\text{ن ح}} = \frac{\text{ن ع}}{\text{ن ب}} = \frac{1}{2}$

نظرية (٢)

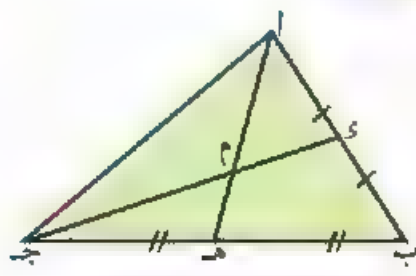
بعض تقاطع متوسطات المثلث تقسم كلًا منها بنسبة ١ : ٢ من جهة القاعدة أو بنسبة ٢ : ١ من جهة الرأس

تدرب

أكمل



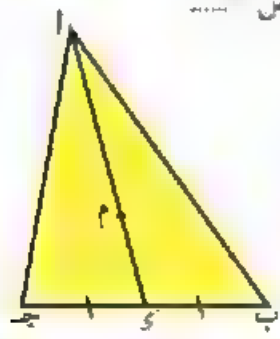
ل ع - ١٥ سم ، ص م - ١٨ سم ، س ص - ٢٠ سم
ن ل - ، ن ص -
محيط \triangle ن ل ص

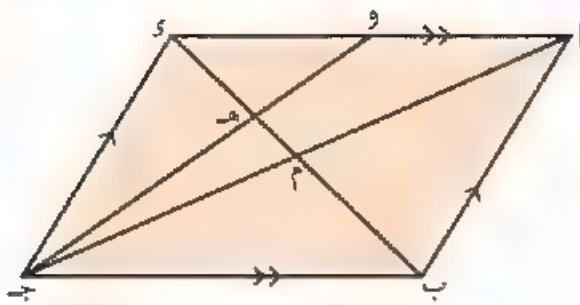


م هـ - ٣ سم ، م ج - ٨ سم
م ا - ، م د -
م هـ ، ا هـ ، م ج ، ج د

حقيقة

ا د متوسط في \triangle ا ب ج ، م \in ا د .
إذا كان : ا م - ٢ م د
فإن : م تكون نقطة تقاطع متوسطات المثلث ا ب ج .





مثال (١)



في الشكل المقابل:

AB جد متوازي أضلاع تقاطع قطراه في M،

هد ك م حيث ه = ٢ ه م،

رسم ج ه فقطع ا د في و.

أثبت أن: أ و = و د

البرهان: في \square AB جد

$\therefore \overline{AM} = \overline{BM}$ (م)

في \triangle و ا ج

\therefore م منتصف ا ج

\therefore ه د ك م، و ه = ٢ ه م

\therefore ه نقطة تقاطع متوسطات المثلث

\therefore ه د = ج و

\therefore م منتصف ا ج

\therefore ك م متوسط للمثلث

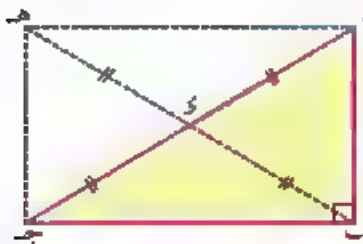
\therefore ج و متوسط للمثلث، و منتصف ا د

نظرية (٣)



طول متوسط المثلث لقائم الراوية الخارج من رأس القائمة يساوي

لصف طول وتر هذا المثلث



المعطيات: AB جد مثلث فيه $\angle C = 90^\circ$

ب د متوسط في \triangle AB ج

المطلوب: إثبات أن: ب د = $\frac{1}{2}$ ا ج

العمل: نرسم ب ك وبأخذ نقطة ه د ب ك بحيث ب د = د ه

البرهان:

\therefore الشكل AB ج ه فيه ا ج ، ب ه يتصف كل منهما الآخر

\therefore الشكل AB ج ه متوازي أضلاع

\therefore الشكل AB ج ه مستطيل

\therefore و ه (ب د) = 90°

∴ $\widehat{ب ه} = \widehat{أ ج}$

وهو المطلوب

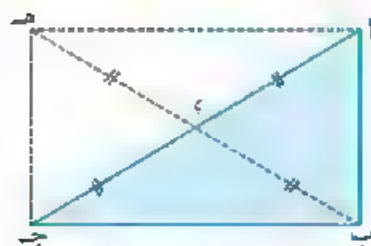
∴ $\widehat{ب ي} = \widehat{أ ج}$

∴ $\widehat{ب ي} = \widehat{أ ج}$

عكس نظرية ٣



إذا كان طول متوسط المثلث المرسوم من أحد رؤوسه يساوي نصف طول الصلع المقابل لهذا الرأس فإن زاوية هذا الرأس تكون قائمة



المعطيات: $\widehat{أ ب ج}$ مثلث، $\overline{ب د}$ متوسط، $\widehat{أ} = \widehat{ب} = \widehat{ج}$

المطلوب: إثبات أن $\angle \widehat{أ ب ج} = 90^\circ$

العمل: نرسم $\overline{ب د}$ وتأخذ نقطة $هـ$ على $\overline{ب د}$ بحيث $\widehat{ب ي} = \widehat{ج هـ}$

البرهان

∴ $\widehat{ب ي} = \widehat{أ ج} = \widehat{ب هـ} = \widehat{أ ج}$

∴ $\widehat{ب هـ} = \widehat{أ ج}$

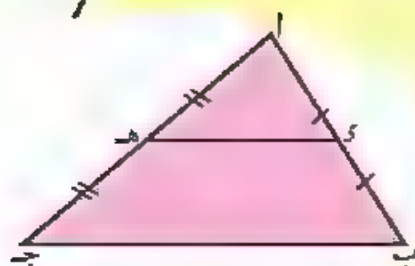
∴ الشكل $\widehat{أ ب ج هـ}$ فيه $\widehat{أ ج} = \widehat{ب هـ}$ متساويين في الطول وينصف كل منهما الآخر

∴ الشكل $\widehat{أ ب ج هـ}$ مستطيل

∴ $\angle \widehat{أ ب ج} = 90^\circ$

وهو المطلوب

نتيجة



بدليل أن

في المثلث $\widehat{أ ب ج}$ إذا كانت $\widehat{د}$ منتصف $\widehat{أ ب}$ ،

$\widehat{هـ}$ منتصف $\widehat{أ ج}$ فإن

١ $\widehat{د هـ} = \widehat{أ ج} = \widehat{ب ج}$

٢ $\widehat{د هـ} \parallel \widehat{ب ج}$

المثلث المتساوي الساقين

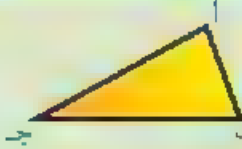


سوف تتعلم

- خواص المثلث المتساوي الساقين.
- تصنيفات المثلث المتساوي الساقين.

المصطلحات الأساسية

- مثلث متساوي الساقين.
- مثلث متساوي الأضلاع.
- مثلث مختلف الأضلاع.

عممت أن المثلثات تصنف حسب أطوال أضلاعها إلى ثلاثة أنواع:

مثلث مختلف الأضلاع	مثلث متساوي الساقين (متطابق الضلعين)	مثلث متساوي الأضلاع (متطابق الأضلاع)
		
$أب \neq ب ج$ $أب \neq أ ج$ $ب ج \neq أ ج$	$أب = أ ج$	$أب = أ ج = ب ج$

في الشكل المقابل:

لاحظ أن: الضلعين $أ ب$ ، $أ ج$ متطابقان (متساويان في الطول)



لذلك يسمى المثلث $أ ب ج$ بالمثلث المتساوي الساقين وتسمى النقطة $أ$ رأس المثلث، $ب ج$ قاعدته والزوايا $أ$ $ب$ $ج$ زوايا قاعدته المثلث

خواص المثلث المتساوي الساقين

في أيّ مثلث متساوي الساقين:

- مانوع كل من زاويتي القاعدة؟ (حادّة - قائمة - منفرجة)
- مانوع زاوية الرأس؟

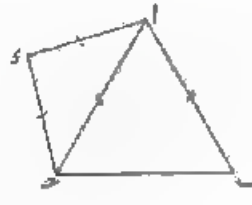
مثال



في كل من الأشكال الآتية اذكر المثلثات المتساوية الساقين وحدد قاعدتها ثم لاحظ نوع زاويتي القاعدة وزاوية رأس المثلث .



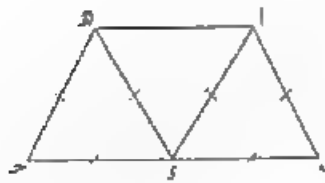
(شكل ١)



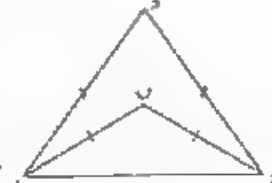
(شكل ٢)



(شكل ٣)



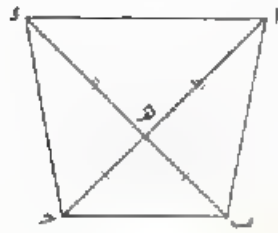
(شكل ٤)



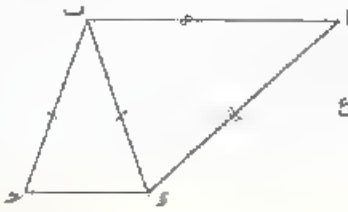
(شكل ٥)



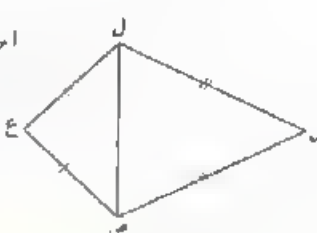
(شكل ٦)



(شكل ٧)



(شكل ٨)



(شكل ٩)

ناقش مع معلم في حل



الوحدة الرابعة

الدرس الثالث

نظريات المثلث المتساوي الساقين

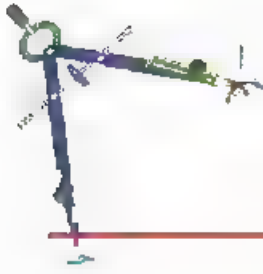
أهداف الدرس

هل توجد علاقة بين قياس زاويتي القاعدة في المثلث المتساوي الساقين؟
للتعرف على ذلك قم بالنشاط التالي:

نشاط



باستخدام الفرجار



١ ارسم عدة مثلثات متساوية الساقين
كما يوضح ذلك الرسم المقابل
حيث $AB = AC$.

٢ **أوجد** باستخدام



المنقلة قياس كل من زاويتي القاعدة $\triangle ABC$ $\angle A$ و $\angle B$.

٣ سجّل البيانات التي حصلت عليها في جدول كالاتي، وقارن بين القياسات في كل حالة.

الزاوية المقاسة	الزاوية المقاسة	الزاوية المقاسة
١	٢	٣

٤ احفظ نشاطك في ملف الإنجاز

نظرية (١)



زاويتي القاعدة في المثلث المتساوي الساقين متطابقتان

المعطيات: $AB = AC$ فيه $\triangle ABC$

المطلوب: إثبات أن $\angle A \equiv \angle B$

سوف تتعلم

١ العلاقة بين زاويتي القاعدة في المثلث المتساوي الساقين.

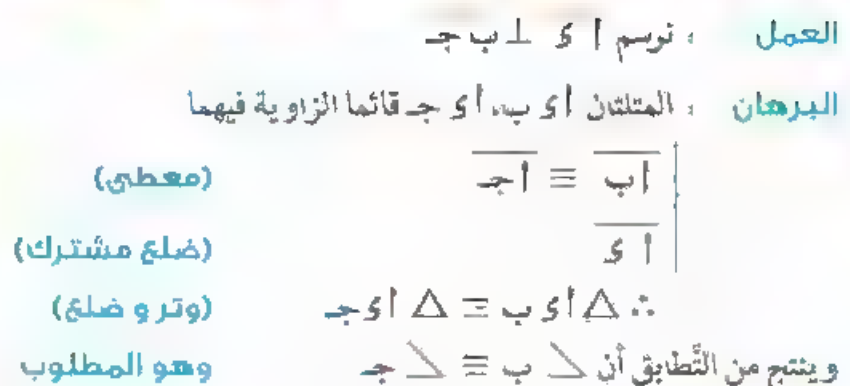
٢ العلاقة بين قياسات زاويا المثلث المتساوي الأضلاع.

٣ العلاقة بين الضلعين المقابلين لزاويتي متساويتين في مثلث.

٤ إذا تطابقت زاويتا مثلث فإنه يكون متساوي الأضلاع

المصطلحات الأساسية

١ مثلث متساوي الساقين.
٢ زاويتي لقاعدة.



(ضلع مشترک)

(وتر و ضلع)

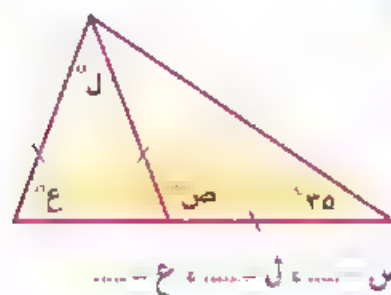
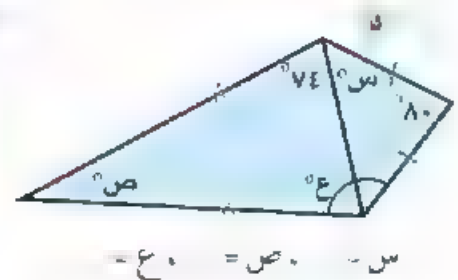
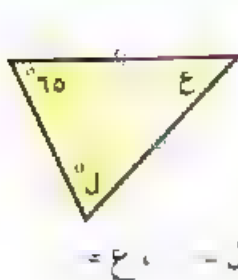
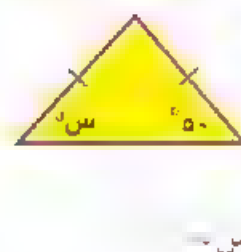
وهو المطلوب

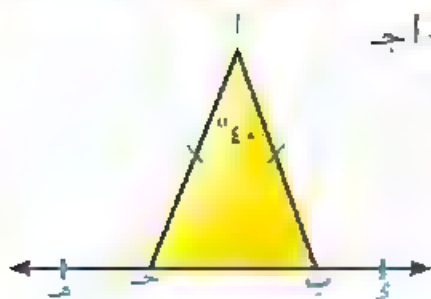
$$\therefore \Delta \text{ اوب} \equiv \Delta \text{ اوج}$$

ويستخرج من التَّطابق أن $\Delta \equiv \Delta$ ب Δ ج

تدرب

في كل من الأشكال الآتية أوجد قيمة الرمز المستخدم في قياس الزاوية:





٢٠ في الشكل المقابل Δ جـ مثلث متساوي الساقين فيه \angle أ ب - جـ

و \angle (أ) = 40° ، و \angle ب جـ = \angle جـ ب جـ، و $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{CD}$

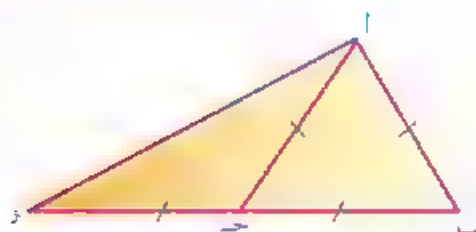
أولاً: **أوجد** و \angle (أ ب جـ)

ثانياً: **اثبت** أن Δ أ ب جـ = Δ أ جـ ب

فكر من مكملات الزوايا المتساوية في القياس تكون متساوية القياس؟

نتيجة

إذا كان المثلث متساوي الأضلاع فإن زواياه الثلاثة تكون متطابقة ويكون قياس كل منها 60°



مثال (١)

في الشكل المقابل: Δ أ ب جـ مثلث متساوي الأضلاع.

و $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{CD}$ بحيث $B = C = D$.

اثبت أن $AD \perp BC$

المعطيات: أ ب = ب جـ = جـ أ = جـ د، و $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{CD}$

المطلوب: إثبات أن: $AD \perp BC$

البرهان: Δ أ ب جـ متساوي الأضلاع.

نتيجة $\therefore \angle$ (أ ب جـ) = \angle (أ جـ ب) = \angle (ب جـ أ) = 60°

$\therefore \angle$ (ب جـ د) = \angle (ب جـ أ) = 60° $\therefore \Delta$ ب جـ د خارجة عن Δ أ ب جـ

(١) \angle (ب جـ أ) = \angle (ب جـ د) + \angle (د جـ أ) = 60°

في Δ أ جـ د

(٢) $\therefore \angle$ جـ أ - جـ د = \angle (جـ أ د) = \angle (ب جـ أ) = 60°

من (١)، (٢) ينتج أنه \angle (جـ أ د) = \angle (ب جـ أ) = 60°

$$\therefore \angle ق = (\angle ب اى) = \angle ق (\angle ب ا ج) + \angle ق (\angle ج اى)$$

$$\therefore \angle ق (\angle ب اى) = ٥٦٠ + ٥٣٠ = ١٠٩٠$$

$$\therefore \angle ب اى \perp اى \text{ وهو المطلوب}$$

لاحظ ان: قياس أى زاوية خارجة للمثلث يساوى مجموع قياسى الزاويتين الداخلتين عدا المجاورة لها.

مثال



في الشكل المقابل: $اب = اى$, $ب ج = جى$

اثبت ان: $\triangle اب ج \equiv \triangle اى ج$

المعطيات: $اب = اى$, $ب ج = جى$

المطلوب: إثبات أن $\triangle اب ج \equiv \triangle اى ج$

البرهان: في $\triangle ابى$

$$\therefore اب = اى$$

$$\therefore \angle ق (\angle ابى) = \angle ق (\angle اى ب) \quad (١)$$

في $\triangle ج بى$

$$\therefore ج ب = جى$$

$$\therefore \angle ق (\angle ج بى) = \angle ق (\angle جى ب) \quad (٢)$$

بجمع (١) ، (٢) ينتج ان:

$$\angle ق (\angle ابى) + \angle ق (\angle ج بى) = \angle ق (\angle ابى) + \angle ق (\angle جى ب)$$

$$\therefore \angle ق (\angle اب ج) = \angle ق (\angle اى ج)$$

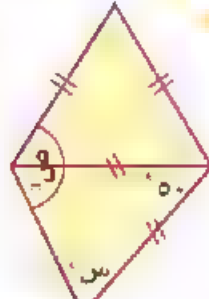
$$\therefore \triangle اب ج \equiv \triangle اى ج \text{ وهو المطلوب}$$

تدرب

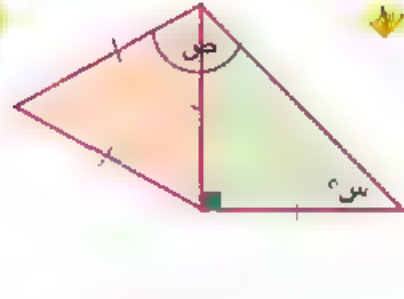
في كل من الأشكال الآتية أوجد قيمة الرمز المستخدم لقياس الزاوية:



س = ، ص =



س = ، ص =

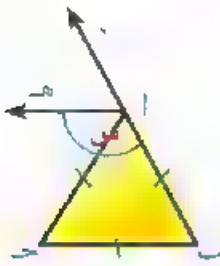


س = ، ص =

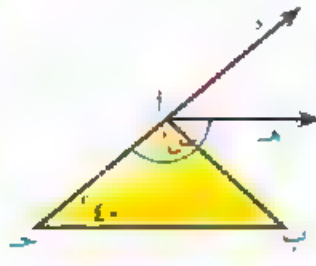
أه منصف \ جاء

أه // ب ح

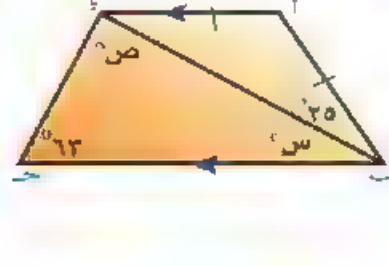
أ د // ب ح



س =



س =



س = ، ص =

نشاط رسم المثلث أب ج فيه ب ج = ٧ سم، $\angle ب = ٩٠^\circ$ و $\angle ج = ٥٠^\circ$ ثم قس طول ك من أب، أ ج، كرر النشاط باختيار قياسات أخرى لطول ب ج وقياس زاويتي ب، ج و أكمل الجدول:

رقم المثلث	ب ج	$\angle ب$	$\angle ج$	أ ب	أ ج
١	٧ سم	٩٠°	٥٠°		
٢					
٣					
٤					

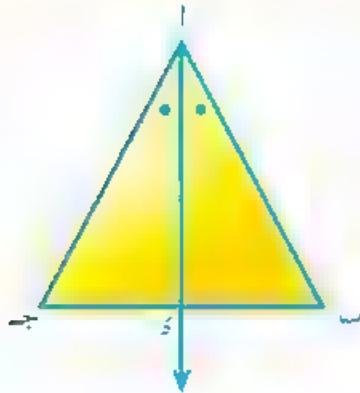
هل طول أب = طول أ ج؟ هل أ ب = أ ج؟

كيف يمكنك تفسير هذه النتائج هندسيًا؟

نظرية (٢)

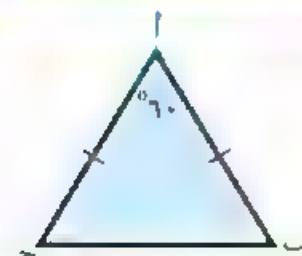


إذا تطابعت زاويتان في مثلث فإن الصليعين المقابلين لهاتين الزاويتين يكونان متطابقين ويكون المثلث متساوي الساقين



المعطيات $\triangle ABC$ فيه $\angle B = \angle C$
 المطلوب : إثبات أن $AB = AC$
 العمل : نضع D ب AD بالمتوسط AD يقطع BC في D
 البرهان : $\triangle ABD \equiv \triangle ACD$
 $\therefore \angle ABD = \angle ACD$ ($\triangle ABD$)
 $\therefore AD$ ينصف $\angle BAC$
 $\therefore \angle BAD = \angle CAD$ ($\triangle ABD$)
 \therefore مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة = 180°
 $\therefore \angle ABD = \angle ACD$ ($\triangle ABD$)
 \therefore المثلثان ABD ، ACD فيهما
 AD ضلع مشترك
 $\angle ABD = \angle ACD$ ($\triangle ABD$)
 $\angle BAD = \angle CAD$ ($\triangle ABD$)
 $\therefore \triangle ABD = \triangle ACD$
 وينتج من التطابق أن $AB = AC$
 ويكون $\triangle ABC$ متساوي الساقين.

نتيجة



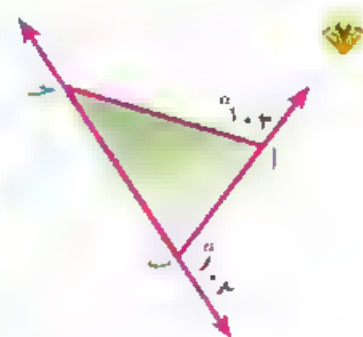
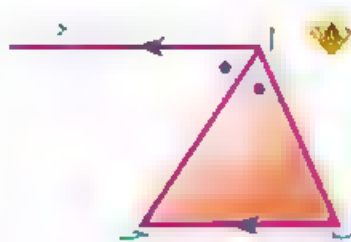
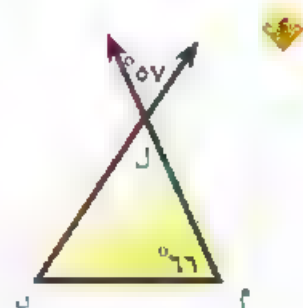
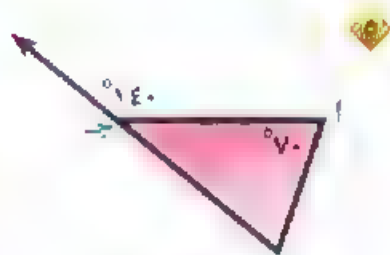
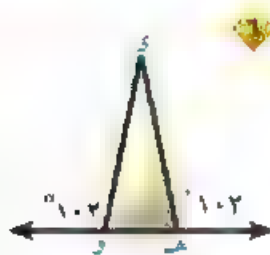
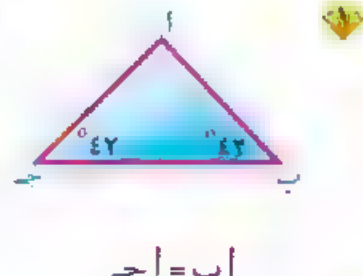
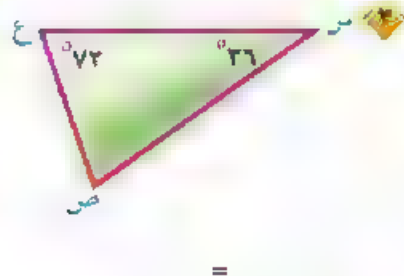
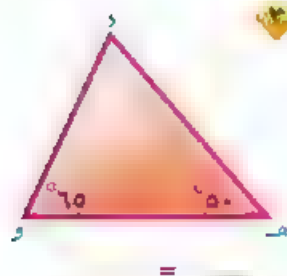
في الشكل المقابل AB جـ مثلث متساوي الساقين فيه:
 $AB = AC$ ، $\angle B = \angle C$ ($\triangle ABC$)
 أكمل : $\angle A = \angle B = \angle C$ ($\triangle ABC$)
 أي أن : $\angle A = \angle B = \angle C$
 $\therefore \triangle ABC$ هو مثلث

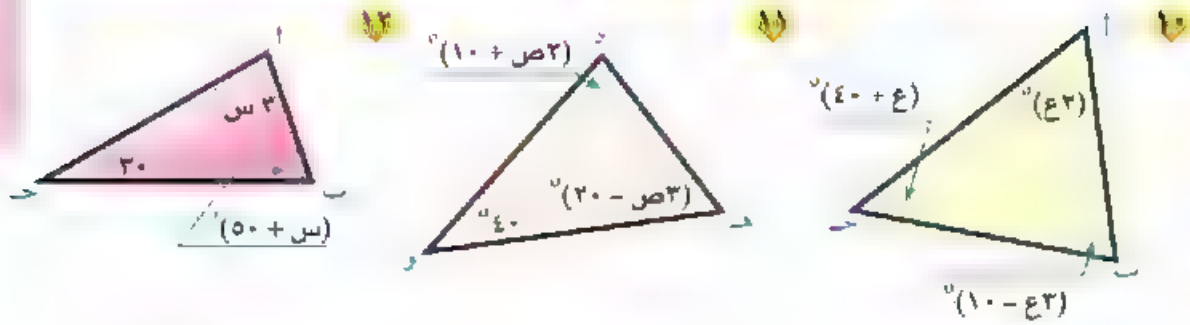
لاحظ ن: المثلث المتساوي الساقين الذي قياس إحدى زواياه 60° يكون متساوي الأضلاع.

تدرب



في كلٍّ من الأشكال الآتية اكتب أضلاع المثلث المتساوية في الطول كما في المثال :





أمثلة



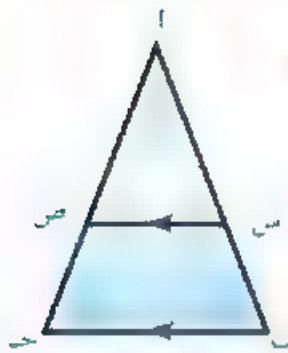
في الشكل المقابل: $AB \parallel CD$ فيه $AB = AC$ ، $BC \parallel DE$ //

اثبت أن $\triangle ABC$ $\triangle CDE$ متساوي الساقين.

المعطيات: $AB = AC$ ، $BC \parallel DE$ //

المطلوب: إثبات أن $AC = CE$

البرهان: في $\triangle ABC$ $AB = AC$ //



(1) $\angle B = \angle C$ (في $\triangle ABC$) //

$\angle B = \angle C$ //

(2) $\angle B = \angle C$ (في $\triangle ABC$) //

بالمثل $\angle B = \angle C$ //

(3) $\angle B = \angle C$ (في $\triangle ABC$) //

من (1)، (2)، (3) ينتج أن:

$\angle B = \angle C$ //

في $\triangle ABC$

$\angle B = \angle C$ //

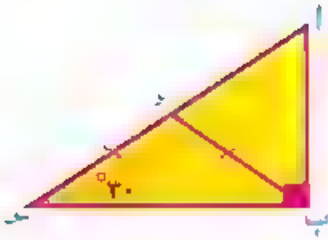
$\angle B = \angle C$ //

وهو المطلوب

أي أن المثلث ABC متساوي الساقين

فخر هل يمكن استنتاج أن $AB = AC$ من فسر إجابتك.





في الشكل المقابل:

أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في ب، و (أ ب جـ) = 30° ،
و \exists أ د بحيث د ب = د جـ

اثبت أن \triangle أ ب د متساوي الأضلاع.

المعطيات: و (أ ب جـ) = 90° ، و (أ ب جـ) = 30° ، د ب = د جـ

المطلوب: إثبات أن أ ب = د ب = د جـ

البرهان: في \triangle د ب جـ \therefore د ب = د جـ

\therefore و (أ ب جـ) و (أ ب جـ) = 30°

في \triangle أ ب جـ \therefore و (أ ب جـ) = 90° ، و (أ ب جـ) = 30°

\therefore و (أ ب د) = $90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$ (١)

\therefore \triangle أ د ب خارجة عن \triangle د ب جـ

\therefore و (أ ب د) = و (أ ب جـ) + و (أ ب جـ)

و (أ ب د) = $30^\circ + 30^\circ = 60^\circ$ (٢)

في \triangle أ ب د \therefore مجموع قياسات زوايا \triangle الداخلة = 180°

\therefore و (أ ب د) = $180^\circ - (60^\circ + 60^\circ) = 60^\circ$ (٣)

من (١)، (٢)، (٣) \therefore و (أ ب د) = و (أ ب د) = و (أ ب د)

أي أن \triangle أ ب د $\equiv \triangle$ أ ب د $\equiv \triangle$ أ ب د

\therefore المثلث أ ب د متساوي الأضلاع **أي أن** أ ب = د ب = د جـ.

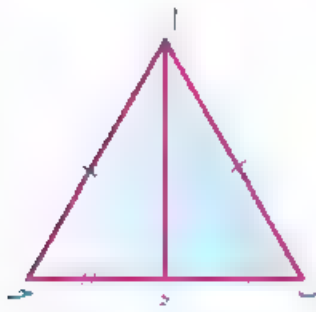
الوحدة الرابعة

الدرس الرابع

نتائج على نظريات المثلث المتساوي الساقين

نتيجة (١)

متوسط المثلث المتساوي الساقين المرسوم من الرأس ينصف زاوية الرأس ويكون عمودياً على القاعدة



في الشكل المقابل

\triangle ا ب ج فيه ا ب = ا ج

د م متوسط فيه

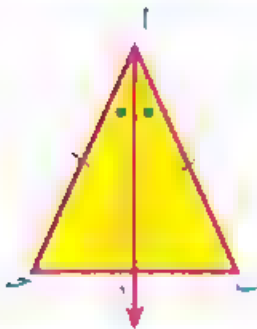
فإن: ا د ينصف ا ب ا ج

ا د \perp ب ج

لاحظ أن: \triangle ا د ب \equiv \triangle ا د ج لماذا؟

نتيجة (٢)

منصف زاوية الرأس في المثلث المتساوي الساقين ينصف القاعدة ويكون عمودياً عليها.



في الشكل المقابل:

\triangle ا ب ج فيه ا ب = ا ج

ا د ينصف ا ب ا ج

فإن د منتصف ب ج ا د \perp ب ج

لاحظ أن: \triangle ا د ب \equiv \triangle ا د ج لماذا؟

سوف نتعلم

نتائج على نظريات المثلث المتساوي الساقين.

المصطلحات الأساسية

مثلث متساوي الساقين.

منصف زاوية الرأس.

منصف قاعدة المثلث.

محور تماثل القطعة

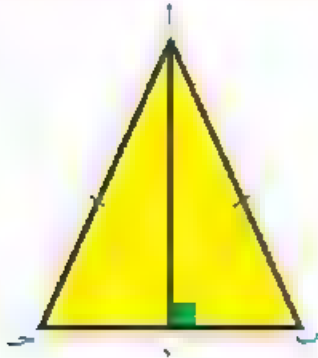
المستقيمة.

نتيجة (٣)



المستقيم المرسوم من رأس المثلث المتساوي الساقين عمودياً على القاعدة ينصف كلاً من القاعدة وزاوية الرأس.

في الشكل المقابل:



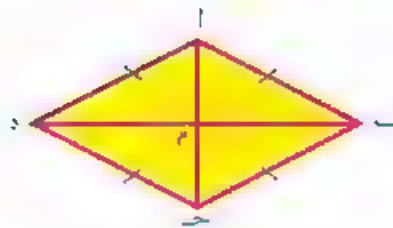
\triangle أ ب ج فيه أ ب = أ ج ، أ ي \perp ب ج

فإن ي تنصف ب ج ، و (\angle ب أ ي) = و (\angle ج أ ي)

لاحظ أن \triangle أ ي ب = \triangle أ ي ج لماذا؟



في الشكل المقابل:



أ ب ج د شكل رباعي جميع أضلاعه متساوية في الطول.

هذا الشكل يسمى معين ، قطراه أ ج ، ب د

يتقاطعان في نقطة م .

لاحظ أن \triangle أ ب م = \triangle ج ب م لماذا؟

\therefore و (\angle أ ب م) = و (\angle ج ب م)

في \triangle أ ب ج ، أ ب = ب ج ، ب م \leftarrow ينصف \triangle أ ب ج

\therefore ب م \perp م منتصف أ ج

في \triangle ب أ د ، أ ب = أ د ، أ م \perp ب د

\therefore أ م \leftarrow ينصف \triangle م منتصف ب د

هل قطرا المعين متعامدان؟

هل قطرا المعين ينصف كل منهما الآخر؟

هل قطر المعين ينصف زاويتي الرأس الواصل بينهما؟ سجل إجابتك .

محاور التماثل

أولاً: محور التماثل للمثلث المتساوي الساقين

محور تماثل المثلث المتساوي الساقين هو المستقيم المرسوم من رأسه عمودياً على قاعدته.

في الشكل المقابل:

\triangle $أ ب ج$ فيه $أ ب = أ ج$ ، $أ ج \perp د ب$ ، $أ ب \perp د ب$

فإن $أ د$ هو محور تماثل للمثلث $أ ب ج$ المتساوي الساقين.

ناقش:

هل يوجد للمثلث المتساوي الساقين أكثر من محور تماثل؟

كم عدد محاور التماثل في المثلث المتساوي الأضلاع؟

هل توجد للمثلث المختلف الأضلاع محاور تماثل؟

ثانياً: محور تماثل القطعة المستقيمة:

يسمى المستقيم العمودي على قطعة مستقيمة من منتصفها

محور تماثل لهذه القطعة المستقيمة وللاختصار يسمى محور القطعة المستقيمة.

في الشكل المقابل:

إذا كانت $د$ منتصف $أ ب$ ، المستقيم $ل$ \perp $أ ب$ حيث $د \in ل$

فإن المستقيم $ل$ هو محور $أ ب$

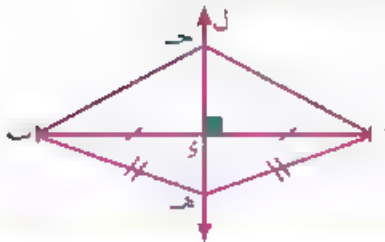
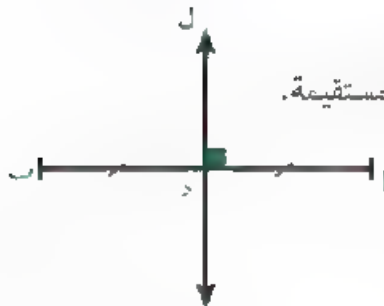
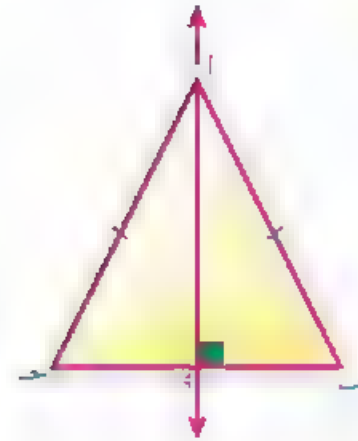
خاصية هامة

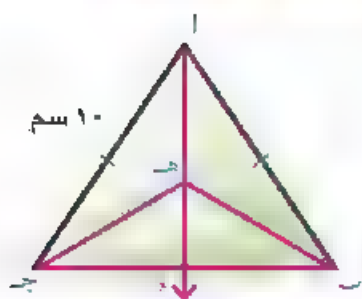
أي نقطة على محور تماثل القطعة المستقيمة تكون على بعدين متساويين من طرفيها.

لاحظ أن:

١ إذا كانت $ج \in ل$ فإن $أ ج = ب ج$

٢ إذا كان $هـ أ = هـ ب$ فإن $هـ \in ل$ لماذا؟





مثال



في الشكل المقابل

أب = أج = ١٠ سم ، هـ ب = هـ ج
أهـ ∩ ب ج = د

فإذا كان ب ج = ٦ سم ، أوجد طول كل من ج د ، أ د

المعطيات : أب = أج ، هـ ب = هـ ج

المطلوب : إيجاد ج د ، أ د

البرهان : ∵ أب = أج ∴ اتقع على محور ب ج

∵ هـ ب = هـ ج ∴ هـ تقع على محور ب ج

∴ أهـ هو محور ب ج

ويكون د منتصف ب ج ، أ د ⊥ ب ج

∵ د منتصف ب ج ، ب ج = ٦ سم ∴ ج د = ٣ سم

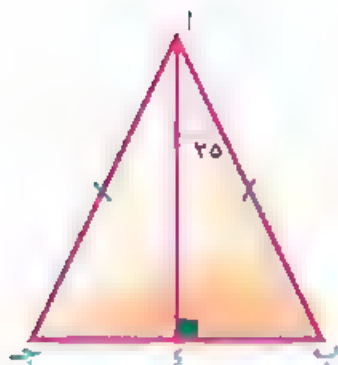
∴ أ د ⊥ ب ج

∴ في Δ أ د ج القائم الزاوية في د

$$^2(أ د) = ^2(أ ج) - ^2(ج د)$$

$$^2(أ د) = ١٠٠ - ٩$$

$$∴ أ د = ٩٦ سم$$



في الشكل المقابل

أب ج مثلث فيه أب = أج

أ د ⊥ ب ج ، و (∠ ب أ د) = ٢٥°

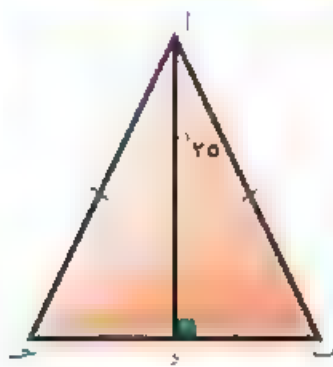
ب ج = ٤ سم أوجد

و (∠ أ ج د) طول د ج

الحل

المعطيات : أب = أج ، أ د ⊥ ب ج ، و (∠ ب أ د) = ٢٥° ، ب ج = ٤ سم

المطلوب : و (∠ أ ج د) ، طول د ج



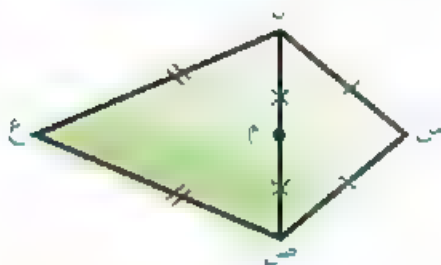
الدرهان في \triangle أب ج

$\therefore \overline{AB} = \overline{AC}$ ، $\overline{AD} \perp \overline{BC}$

$\therefore \overline{AD}$ ينصف القاعدة \overline{BC} وينصف \angle أب ج

$\therefore \angle (أ ج د) = \angle (أ ب د) = 35^\circ$

$\angle ج = \frac{1}{2} \angle ب ج د = \frac{1}{2} (180^\circ - 70^\circ)$



في الشكل المقابل

س ص = س ل ، ع ص = ع ل ، ل م - ص م

أثبت أن س ، م ، ع على استقامة واحدة.



في الشكل المقابل:

$\angle ب = \angle د$

$\angle (أ ب ج) = \angle (أ د ج)$

$\angle (أ ب ج) = \angle (أ د ج) = 90^\circ$

برهن أن: $\angle (أ ب ج) = \angle (أ د ج)$

في الشكل المقابل:

$\overline{AB} \parallel \overline{DE}$ ، $\overline{AD} \parallel \overline{BE}$

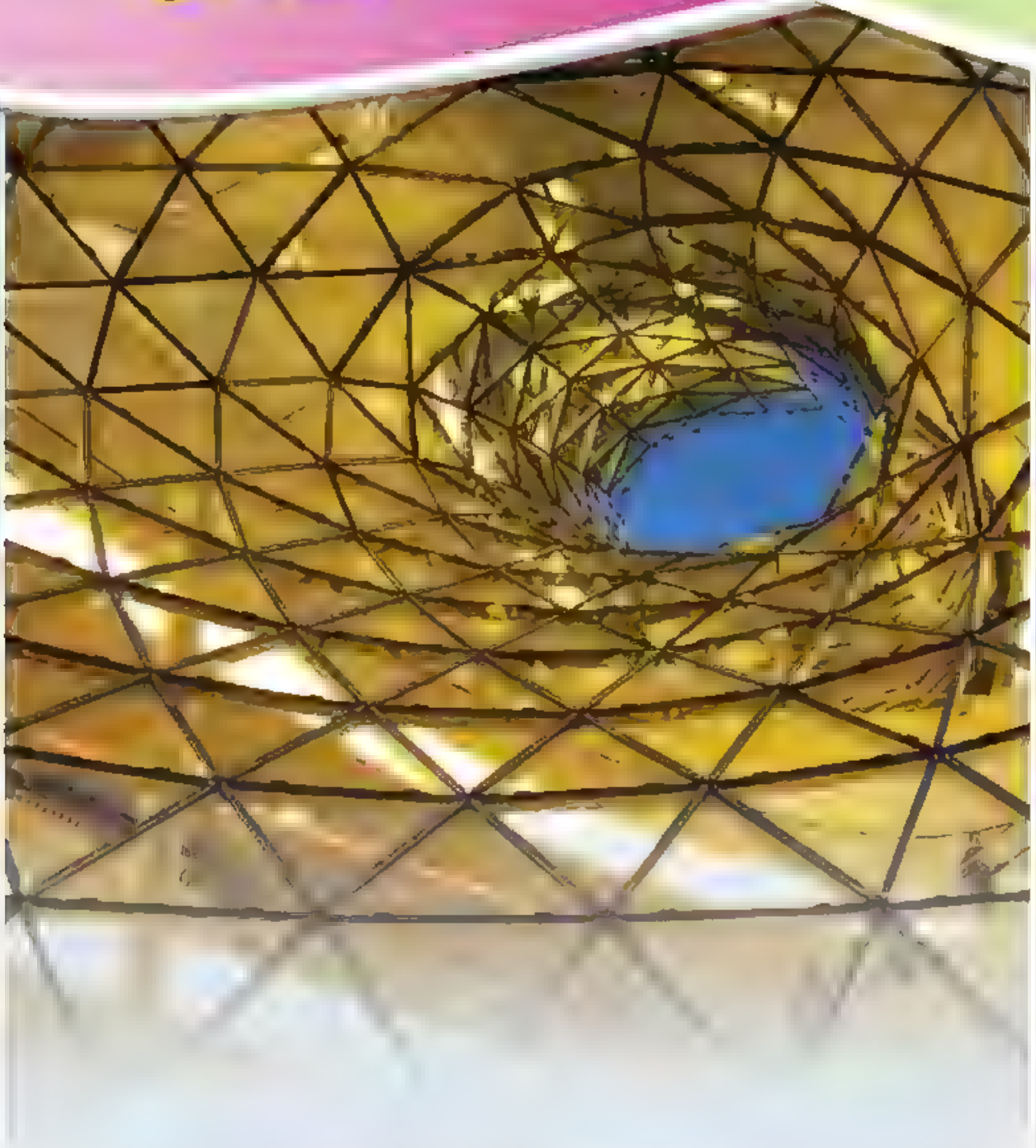
$\overline{AD} \parallel \overline{BE}$

اثبت: أولاً: $\angle ه = \angle و$

ثانياً: $\angle (أ ب ج) = \angle (أ د ج)$



التباين



الوحدة الخامسة

الدرس الأول

التباين

مفهوم التباين

مفهوم التباين

- ١ هل جميع تلاميذ فصلك لهم نفس الطول؟
 - ٢ هل هناك اختلاف بين قياس الزوية لحادة والزوية القائمة والزوية المنفرجة؟
- ماذا يعني هذا الاختلاف؟

لاحظ أن:

التباين يعني وجود اختلاف في أطوال التلاميذ، وفي قياسات الزوايا، ويعبر عنه بعلاقة التباين، والتي تستخدم للمقارنة بين عددين مختلفين.

سوف نتعلم

مفهوم التباين.

مسمات التباين

المصطلحات الأساسية

تباين

مسمات

أكبر من <

أصغر من >

ساوي =

أمثلة



- ١ إذا كانت: \angle أ ب ج حادة فإن: \angle أ ب ج $> 90^\circ$.

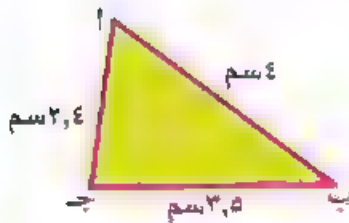
- ٢ في الشكل المقابل: أ ب ج مثلث فيه

$$أ ب = ٤ \text{ سم، ب ج} = ٣,٥ \text{ سم،}$$

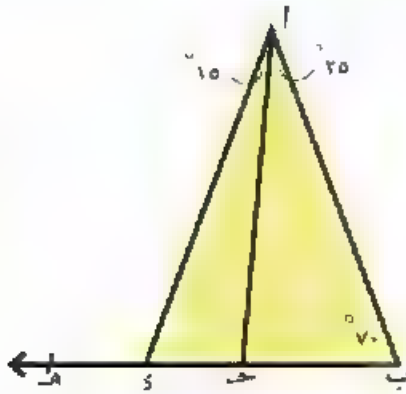
$$أ ج = ٢,٤ \text{ سم}$$

فإن: أ ب < ب ج، ب ج < أ ج

أي أن أ ب < ب ج < أ ج



تدرب



في الشكل المقابل أوجد: \angle أ ب ج ، و \angle أ ج د ،
 و \angle أ د هـ ثم أكمل باستخدام < أو > .
 و \angle أ د هـ و \angle ج د ا
 و \angle أ د ج و \angle أ ب ج
 و \angle أ ج د و \angle أ ب ج
 و \angle أ ج د و \angle أ د هـ

لاحظ أن: جميع العلاقات السابقة تسمى متباينات.

مسلمات التباين

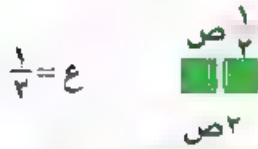
لأي ثلاثة أعداد س ، ص ، ع:



١ إذا كان: $س < ص$
 فإن: $س + ع < ص + ع$



٢ إذا كان: $س < ص$
 فإن: $س - ع < ص - ع$



٣ إذا كان: $س < ص$ ، ع عددا موجبا
 فإن: $س + ع < ص + ع$



٤ إذا كان: $س < ص$ ، $ص < ع$
 فإن: $س < ع$

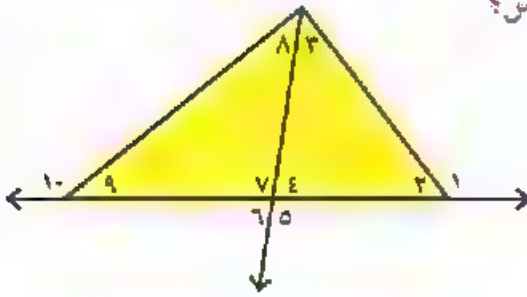


٥ إذا كان: $س < ص$ ، $ا < ب$
 فإن: $س + ا < ص + ب$

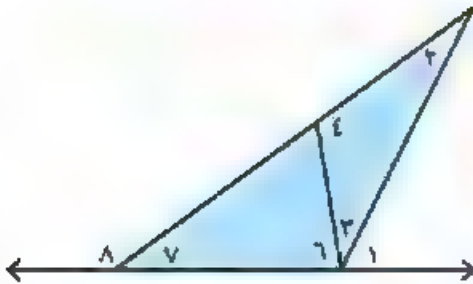
تذكر ان: قياس أى زاوية خارجة للمثلث أكبر من قياس أى زاوية داخلية ماعدا المجاورة لها.



❖ فى الشكل المقابل: أى من الزوايا التالية لها أكبر قياس؟



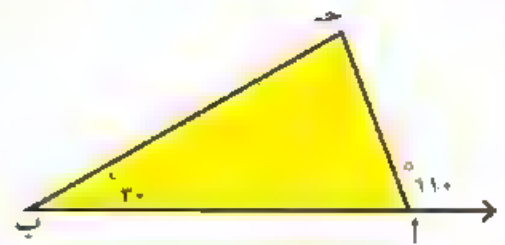
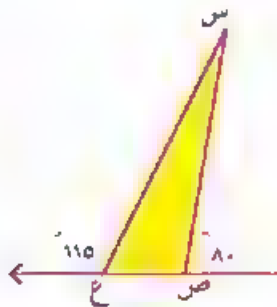
- أ) $\angle 1$ ، $\angle 3$ ، $\angle 4$
 ب) $\angle 4$ ، $\angle 8$ ، $\angle 9$
 ج) $\angle 2$ ، $\angle 3$ ، $\angle 7$
 د) $\angle 7$ ، $\angle 8$ ، $\angle 10$



❖ فى الشكل المقابل عين:

- أ) جميع الزوايا التى قياسها أقل من $(\angle 1)$
 ب) جميع الزوايا التى قياسها أكبر من $(\angle 6)$
 ج) جميع الزوايا التى قياسها أقل من $(\angle 4)$

❖ رتب قياسات زوايا المثلث أ ب ج تصاعديًا، قياسات زوايا المثلث س ص ع تنازليًا.



و $(\angle 1) < (\angle 2) < (\angle 3)$ و $(\angle 4) < (\angle 5) < (\angle 6)$

و $(\angle 1) > (\angle 2) > (\angle 3)$ و $(\angle 4) > (\angle 5) > (\angle 6)$

❖ فى الشكل المقابل: جـ \supset أ ب ، و \supset أ ب

فإذا كان: أ ب < جـ

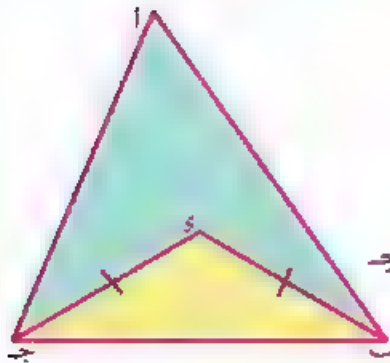
فإن: أ جـ < ب جـ



مثال



في الشكل المقابل:



و $(\angle \text{أج ب}) < \text{و}$ $(\angle \text{أ ب ج})$ ، $\text{و ب} = \text{و ج}$

اثبت أن: و $(\angle \text{أ ج د}) < \text{و}$ $(\angle \text{أ ب د})$

المعطيات: و $(\angle \text{أج ب}) < \text{و}$ $(\angle \text{أ ب ج})$ ، $\text{و ب} = \text{و ج}$

المطلوب: إثبات أن و $(\angle \text{أ ج د}) < \text{و}$ $(\angle \text{أ ب د})$

البرهان: $\because \text{و ب} = \text{و ج}$

(١) $\therefore \text{و} (\angle \text{ب ج د}) = \text{و} (\angle \text{ب د ج})$

(٢) $\because \text{و} (\angle \text{أج ب}) < \text{و} (\angle \text{أ ب ج})$

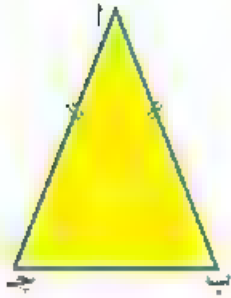
\therefore بطرح (١) من (٢) ينتج أن:

$\text{و} (\angle \text{أج ب}) - \text{و} (\angle \text{ب ج د}) < \text{و} (\angle \text{أ ب ج}) - \text{و} (\angle \text{ب د ج})$

$\therefore \text{و} (\angle \text{أ ج د}) < \text{و} (\angle \text{أ ب د})$ وهو المطلوب

المقارنة بين قياسات الزوايا في المثلث

نشاط



١ في الشكل المقابل: أ ب ج مثلث متساوي الساقين فيه $AB = AC$

عند طي المثلث بحيث يطبق الرأس ب على الرأس ج

ماذا تلاحظ على قياس الزاويتين ب، ج المقابلتين للضلعين أ ج، أ ب المتساويين في الطول؟

عند طي المثلث بحيث يطبق الرأسين أ، ج، ماذا تلاحظ على قياس الزاويتين المقابلتين للضلعين ب ج، أ ب المختلفين في الطول؟

هل اختلاف طول الضلعين في المثلث يؤدي إلى اختلاف قياس الزاويتين المقابلتين لهما؟

٢ ارسم المثلث أ ب ج مختلف الأضلاع.

إطوى المثلث بحيث ينطبق

الرأس أ على الرأس ب ماذا

تلاحظ على قياس الزاويتين أ،

ب المقابلتين للضلعين ب ج،

أ ج المختلفين في الطول؟

كرر هذا العمل بحيث يتطابق الرأس ب على الرأس ج ماذا تلاحظ؟

هل يوجد في هذا المثلث زوايا متساوية في القياس؟

سوف تتعلم

المقارنة بين قياسات الزوايا في المثلث.

المصطلحات الأساسية

الزاوية.

قياس زاوية.

أكبر زاوية في مثلث.

أصغر زاوية في مثلث.

أكبر ضلع في مثلث.

أصغر ضلع في مثلث.

لاحظ أن: إذا اختلفت أطوال أضلاع لمتثل تخلف قياسات زواياه المقابلة لهذه الأضلاع.



رسم المتثل أ ب ج مختلف الأضلاع ثم قس أطوال أضلاعه لثلاثة ، وقياسات زواياه المناظرة ثم أكمل الجدول التالي:

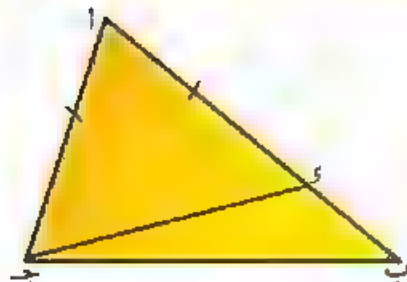
أطوال الأضلاع	قياسات الزوايا المقابلة
أ ب - سم	و (\ ج) - °
ب ج - سم	و (\ أ) - °
ج أ - سم	و (\ ب) - °

ماذا تلاحظ؟

نظرية (٣)



إذا اختلف طولا ضلعين في متثل فأكبرهما في الطول يقابله زاوية أكبر في العياس من قياس الزاوية المقابلة للآخر



المعطيات: \triangle أ ب ج فيه أ ب < أ ج

المطلوب: إثبات أن: و (\ أ ج ب) < و (\ أ ب ج)

العمل: نأخذ \exists أ ب بحيث أ د = أ ج

البرهان: \triangle أ ج د فيه أ د = أ ج

∴ و (\ أ ج د) = و (\ أ د ج) (١)

∴ أ د ج خارجة عن \triangle أ ب ج

∴ و (\ أ د ج) < و (\ أ ب ج) (٢)

من (١)، (٢) نستنتج أن

و (\ أ ج د) < و (\ أ ب ج)

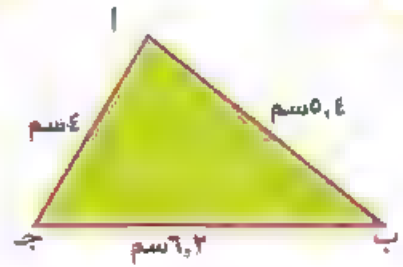
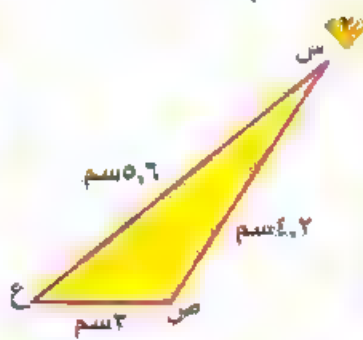
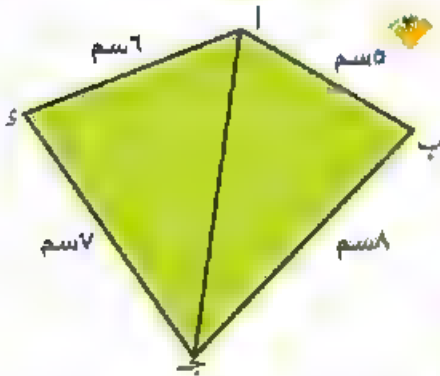
فيكون و (\ أ ج ب) < و (\ أ ج د)

∴ و (\ أ ج ب) < و (\ أ ب ج) وهو المطلوب.



تدرب

في كل من الأشكال التالية اكمل باستخدام ($>$ ، $<$)



و (\angle ا)	و (\angle ب)	و (\angle ع)	و (\angle ص)	و (\angle ب ا ج)	و (\angle ب ج ا)
و (\angle ا)	و (\angle ج)	و (\angle س)	و (\angle ص)	و (\angle ا ج ا)	و (\angle ا ج ا)
و (\angle ب)	و (\angle ج)	و (\angle ع)	و (\angle س)	و (\angle ب ا ج)	و (\angle ب ج ا)

لاحظ أن:

قياس أكبر زاوية في المثلث $< 60^\circ$

قياس أصغر زاوية في المثلث $> 60^\circ$ لماذا؟

مثال



في الشكل المقابل:

أ ب ج مثلث فيه أ ب < ب ج < ج ا

برهن أن: و (\angle ج) < و (\angle ا) < و (\angle ب)

المعطيات: أ ب < ب ج < ج ا

المطلوب: إثبات أن و (\angle ج) < و (\angle ا) < و (\angle ب)

البرهان: في \triangle أ ب ج

(١) \therefore أ ب < ب ج \therefore و (\angle ج) < و (\angle ا)

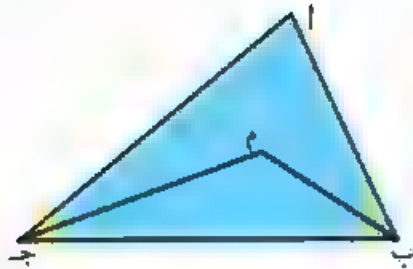
(٢) \therefore ب ج < ج ا \therefore و (\angle ا) < و (\angle ب)

من (١)، (٢) وباستخدام مسلمات التباين ينتج أن:

و (\angle ج) < و (\angle ا) < و (\angle ب)

تذكر ان: أكبر أضلاع المثلث طولاً يقابل أكبر زوايا المثلث في القياس
وأصغر أضلاع المثلث طولاً يقابل أصغر زوايا المثلث في القياس.

مثال



في الشكل المقابل:

أب > مثله، ب م ينصف \ أ ب ج، ج م ينصف \ أ ج ب
فإذا كان: م ج < م ب

برهن أن: و (\ أ ب ج) < و (\ أ ج ب)

المعطيات: ب م ينصف \ أ ب ج، ج م ينصف \ أ ج ب
، م ج < م ب.

المطلوب: إثبات أن و (\ أ ب ج) < و (\ أ ج ب)

البرهان: في $\triangle م ب ج$

$\therefore م ج < م ب$

في $\triangle أ ب ج$

$\therefore و (\triangle م ب ج) < و (\triangle م ج ب)$ (١)

$\therefore ب م ينصف \triangle أ ب ج$ $\therefore و (\triangle م ب ج) = \frac{1}{2} و (\triangle أ ب ج)$ (٢)

$\therefore ج م ينصف \triangle أ ج ب$ $\therefore و (\triangle م ج ب) = \frac{1}{2} و (\triangle أ ج ب)$ (٣)

\therefore من (١)، (٢)، (٣) $\frac{1}{2} و (\triangle أ ب ج) < \frac{1}{2} و (\triangle أ ج ب)$ من مسلمات التباين

$\therefore و (\triangle أ ب ج) < و (\triangle أ ج ب)$ وهو المطلوب

الوحدة الخامسة

الدرس الثالث

المقارنة بين أطوال الأضلاع في المثلث

فكر وناقش

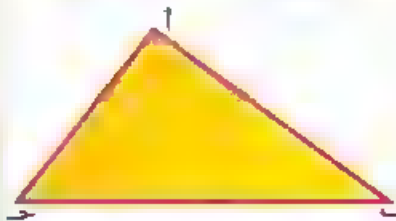
سوحا نعلم

المقارنة بين أطوال الأضلاع في مثلث.

المصطلحات الأساسية

- أطول ضلع في مثلث.
- أصغر ضلع في مثلث.
- أكبر زاوية في مثلث.
- أصغر زاوية في مثلث.
- قطعة مستقيمة عمودية.

نشاط 1 في الشكل المقابل: أ ب ج مثلث زواياه مختلفة في القياس.



أطو المثلث بحيث ينطبق الرأس أ على الرأس ب. ماذا تلاحظ على طولی الضلعين ب ج ، أ ج المقابليين لزاويتين أ ب المختلفتين في القياس؟

كرر هذا العمل بحيث ينطبق الرأس ب على الرأس ج. ماذا تلاحظ؟
عندما يتطبق الرأس ج على الرأس أ، ماذا تلاحظ؟
هل يوجد في هذا المثلث أضلاع متساوية في الطول؟

لاحظ أن: إذا حدثت فاست زوايا لمست تحدث أطوال أضلاعه المتقابلة لهذه الزوايا.

نشاط 2 ارسم المثلث أ ب ج بحيث تكون زواياه مختلفة في قياس، ثم قس أطوال الأضلاع المقابلة وأكمل الجدول الآتي:

قياسات الزوايا

أطوال الأضلاع المقابلة له

أ ب ج	سم	°
ب ج أ	سم	°
أ ج ب	سم	°

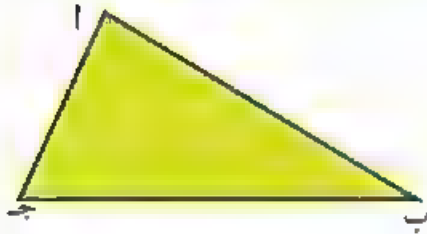
ماذا تلاحظ؟

هل أكبر زاوية في القياس يقابلها أكبر ضلع في الطول؟ وأصغر زاوية في القياس يقابلها أصغر ضلع في الطول؟
هل يمكن ترتيب أطوال أضلاع المثلث تصاعدياً أو تنازلياً تبعاً لقياسات الزوايا المقابلة لها؟

نظرية (٤)



إذا اختلف قياسا زاويتين في مثلث فأكبرهما في المقياس يعادلها ضلع أكبر في الضلع من الذي يعادل الأخرى



المعطيات: \triangle أ ب ج فيه $\angle أ < \angle ب$ و $\angle ج < \angle ب$

المطلوب: إثبات أن: $أب < أج$

البرهان: \because أ ب ، أج قطع مستقيمة

\therefore يجب أن تتحقق إحدى الحالات التالية:

(١) $أب > أج$ (٢) $أب = أج$ (٣) $أب < أج$

إذا لم تكن $أب < أج$

فإما $أب = أج$ أو $أب > أج$

إذا كان $أب = أج$ فإن $\angle أ = \angle ب$ و $\angle ج = \angle ب$

وهذا يخالف المعطيات **حيث إن** $\angle أ < \angle ب$ و $\angle ج < \angle ب$

وإذا كان $أب > أج$ فإن $\angle أ > \angle ب$ و $\angle ج > \angle ب$ حسب النظرية السابقة

وهذا يخالف المعطيات **حيث أن** $\angle أ < \angle ب$ و $\angle ج < \angle ب$

\therefore يجب أن يكون $أب < أج$ وهو المطلوب

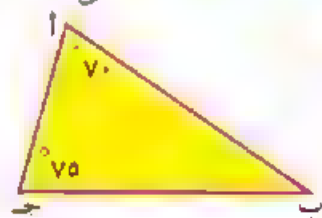
تدرب



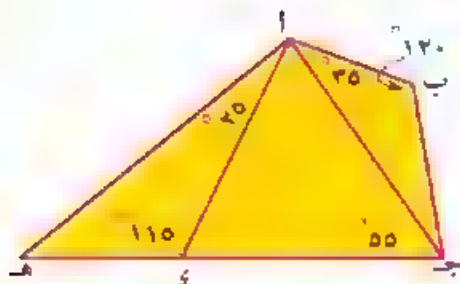
في الأشكال التالية أكمل باستخدام < أو > أو =



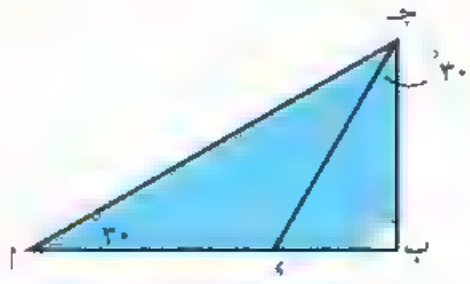
س ص
س ص
ص ع
ص ع



أ ب
أ ب
ب ح
ب ح



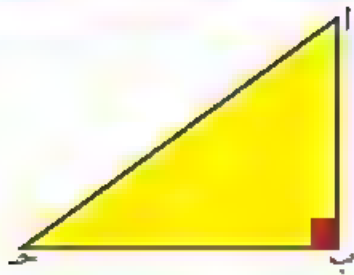
ب ح
ج د
أ ب
أ ب
ج د



أ ب
ب ح
أ ب
ج د

نتائج

نتيجة (1)



في الشكل المقابل: Δ أ ب ج قائم الزاوية في ب
 $\therefore \angle$ أحادة $\therefore \angle$ (ب) < \angle (أ)
 فيكون أ ج < ب ج
 $\therefore \angle$ (ب) < \angle (ج)
 فيكون أ ج < أ ب

لاحظ ان في المثلث المنفرج الزاوية المقابل للضلع المنفرجة هو أكبر أضلاع المثلث طولاً.



هيا نفكر

أ ج < أ ب لماذا؟
 أ د < أ ب لماذا؟
 أ هـ < أ ب لماذا؟

هل طول ضلع القائمة في المثلث القائم الزاوية أصغر من طول الوتر . لماذا؟

نتيجة (٢)

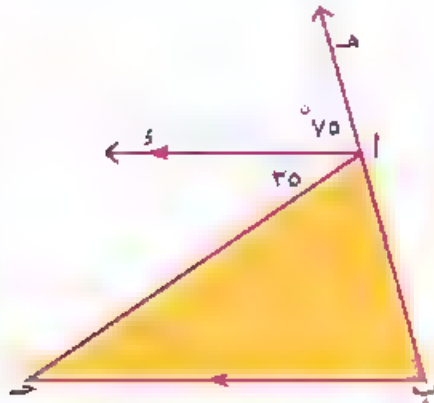


طول القطعة المستقيمة العمودية المرسومة من نقطة خارج مستقيم معلوم إلى هذا المستقيم أصغر من طول أي قطعة مستقيمة مرسومة هذه النقطة إلى المستقيم المعلوم

تعريف: أخذ أي قطعة عن مستقيم معلوم هو طول القطعة لمنسبة لعمودية المرسومة من النقطة إلى المستقيم المعلوم



مثال



في الشكل المقابل: $\overline{AB} \perp \overline{BC}$ ، $\angle B = 35^\circ$
 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ و $\angle CAD = 75^\circ$
 برهن أن: $\angle A < \angle B$

المعطيات: $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ و $\angle CAD = 75^\circ$ و $\angle B = 35^\circ$ و $\angle A < \angle B$

المطلوب: إثبات أن $\angle A < \angle B$

البرهان: $\therefore \overline{AD} \parallel \overline{BC}$ $\therefore \angle A < \angle B$ قطع لهما

بالتناظر (١)

$\therefore \angle B = \angle CAD$ و $\angle CAD = 75^\circ$

$\therefore \overline{AD} \parallel \overline{BC}$ $\therefore \angle A < \angle B$ قطع لهما

بالتبادل (٢)

$\therefore \angle A < \angle B$ و $\angle CAD = 75^\circ$

من (١)، (٢) يكون:

في المثلث $\triangle ABC$

$\angle A < \angle B$ و $\angle CAD = 75^\circ$ و $\angle B = 35^\circ$

أي أن $\angle A < \angle B$ و $\angle CAD = 75^\circ$

$\therefore \angle A < \angle B$

وهو المطلوب



الوحدة الخامسة

الدرس الرابع

متباينة المثلث

فكر وناقش

سوف تتعلم

أن متباينة المثلث.

المصطلحات الأساسية

متباينة.

متباينة المثلث.

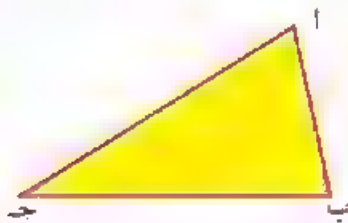


باستخدام المسطرة المدرجة والفرجار، حاول رسم المثلث أ ب ج حيث:

- ١ أ ب = ٤ سم ، ب ج = ٥ سم ، أ ج = ٦ سم
- ٢ أ ب = ٦ سم ، ب ج = ٣ سم ، أ ج = ٢ سم
- ٣ أ ب = ٩ سم ، ب ج = ٤ سم ، أ ج = ٣ سم
- ٤ أ ب = ٨ سم ، ب ج = ٣ سم ، أ ج = ٥ سم

في أي من الحالات السابقة أمكنك رسم المثلث، وماذا تستنتج؟

حقيقة: في أي مثلث يكون مجموع طولى أى ضلعين فى مثلث أكبر من طول الضلع الثالث.



أى أن: فى أى مثلث أ ب ج يكون:

$$\begin{aligned} \text{أ ب} &+ \text{ب ج} > \text{أ ج} \\ \text{ب ج} &+ \text{أ ج} > \text{أ ب} \\ \text{أ ب} &+ \text{أ ج} > \text{ب ج} \end{aligned}$$

فمثلاً: الأعداد ٩، ٣، ٥ لا تصلح أن تكون أطوال أضلاع مثلث؛ لأن مجموع أصغر عددين $= ٣ + ٥ = ٨ < ٩$ ولا تحقق متباينة المثلث.



مثال

فى المثلث أ ب ج إذا كان أ ب = ١٠ سم،
ب ج = ٨,٥ سم
أوجد الفترة التى ينتمى إليها طول الضلع أ ج.

الحل

- أج > أب + ب ج \therefore أج > ١٨,٥ (١)
 لكن أج + ب ج < أب متباينة المثلث
 أج < أب + ب ج \therefore أج < ١,٥ (٢)
 من (١)، (٢) $١٨,٥ < أج < ١,٥$
 \therefore أج $\in [١٨,٥, ١,٥]$



أوجد الفترة التي ينتمي إليها طول الضلع الثالث لكل من المثلثات التالية إذا كان طولا الضلعين الآخرين هما:

- ١- ٦ سم، ٩ سم ٢- ٥ سم، ١٢ سم ٣- ٧ سم، ١٥ سم ٤- ٢,٩ سم، ٣,٢ سم

الحل

١- متباينة المثلث

تنص على أن: مجموع طولي أي ضلعين في مثلث أكبر من طول الضلع الثالث

\therefore الفترة التي ينتمي إليها طول الضلع الثالث = [١٥, ٣]

- لاحظ : لا يمكن اختيار طول الضلع الثالث - ٣ سم (لماذا)
 لا يمكن اختيار طول الضلع الثالث - ١٥ سم (لماذا)

بعض معلم لإسكمال حلول

(ب) (ج) (د)



الأنشطة والتدريبات

الوحدة الأولى

تمارين للمراجعة

❖ **أكمل** بوضع كل من الأعداد الآتية على صورة $\frac{1}{b}$ حيث a ب عدنان صحيحان ليس بينهما عوامل مشتركة، ب \neq .

$$\begin{array}{lll} \text{أ} \quad 0,2 & \text{ب} \quad 0,3 & \text{ج} \quad 225 \\ \text{د} \quad |-0,75| & \text{هـ} \quad -6 & \text{و} \quad \frac{1}{4} = 1 \end{array}$$

❖ **اختر الإجابة الصحيحة** من بين الإجابات بين القوسين أمام كل عبارة

- (\emptyset ، $\{0\}$ ، $\{10\}$ ، $\{10\}$) **مجموعة حل المعادلة $s + 5 = 5$ في ط هي**
 ($\frac{2}{10}$ ، $\frac{1}{10}$ ، $0,3$ ، $-0,3$) **العدد النسبي المحصور بين $\frac{1}{10}$ ، $\frac{2}{10}$ هو**
 ($\frac{1}{b}$ ، $\frac{1}{b}$ ، $\frac{1}{b}$ ، صفر) **حاصل ضرب العدد النسبي $\frac{1}{b}$ في معكوسه الجمعي =**
 (صفر ، -12 ، 12 ، 6) **= $-|2| + |-4| + |6|$**
 (1 ، -1 ، 11 ، 12) **= $\sqrt{2}$**

❖ **أوجد** قيمة s التي تحقق كلا من المعادلات الآتية :

$$\text{أ} \quad 20 = 3 + s$$

$$\text{ب} \quad 12 = 11 + s$$

$$\text{ج} \quad 1 = 5 + s$$

$$\text{د} \quad 7 = 3 + s$$

❖ **أوجد** الناتج في كل مما يأتي في أبسط صورة:

$$\text{أ} \quad \sqrt{144 + 25} = \dots$$

ب **الصورة القياسية للعدد $0,00015$ هي** \dots

$$\text{ج} \quad \sqrt{0,16} + |-0,6| = \dots$$

$$\text{د} \quad 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 = \dots$$

هـ **مجموع الجذرين التربيعين للعدد $\frac{1}{4}$ =** \dots

$$\text{و} \quad \sqrt{0,25} = \dots$$

الجذر التكعيبي للعدد النسبي تمارين (١ - ١)

أكمل الجدول الآتي:

العدد	٨	١٢٥	٢٧	$3\frac{2}{8}$	$\frac{8}{125}$
$\sqrt[3]{\quad}$					
	٤ -	٦	١٠ -		٤ -

أكمل

$$\begin{aligned} & \sqrt[3]{125} = 5 \\ & \sqrt[3]{-1000} = -10 \\ & \sqrt[3]{-8} = -2 \\ & \sqrt[3]{\frac{27}{8}} = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة أمام كل عبارة:

- $\sqrt[3]{(-8)^2}$ =
 أ) ٤ أو ٣- أو ٤ أو ٤-
 ب) ١٠ أو ٠ أو ٥ أو ٥±
 ج) $\frac{2}{3}$ أو $\frac{1}{3}$ أو ٢ أو ٢-
 د) $\frac{1}{3}$ أو ١٠ أو ٢ أو ٢-
- المساحة الجانبية لمكعب حجمه ٢١٦ سم^٣ = سم^٢
 أ) ٣٦ أو ٦ أو ١٤٤ أو ٢١٦
 ب) ٣٦ أو ٦ أو ٣٢ أو ٣٢
 ج) ١ أو ٠ أو ١- أو $\frac{1}{3}$
 د) ٣٦ أو ٦ أو ١٤٤ أو ٢١٦
- $\sqrt[3]{-125} + \sqrt[3]{27} = \dots\dots\dots$
 أ) ٥-
 ب) ٥
 ج) ١٠-
 د) ١٠
- $\sqrt[3]{-125} + \sqrt[3]{125} = \dots\dots\dots$
 أ) ٥-
 ب) ٥
 ج) ١٠-
 د) ١٠

أوجد قيمة س في كل من الحالات الآتية:

$$\begin{aligned} & \sqrt[3]{8} = 2 \quad \text{أ) } \sqrt[3]{-8} = -2 \\ & \sqrt[3]{-125} = -5 \quad \text{ب) } \sqrt[3]{125} = 5 \\ & \sqrt[3]{-1000} = -10 \quad \text{ج) } \sqrt[3]{1000} = 10 \end{aligned}$$

أوجد مجموعة الحل لكل من المعادلات الآتية في ن:

$$\begin{aligned} & 8 = 7 + 3 \quad \text{أ) } 8 = 7 + 3 \\ & 18 = 10 + 2(2 - 5) \quad \text{ب) } 18 = 10 + 2(2 - 5) \end{aligned}$$

مسائل تطبيقية

- إناء مكعب الشكل سعته لتر واحد، احسب طول حرفه.
- كرة حجمها $\frac{1372}{81}\pi$ وحدة مكعبة. أوجد طول قطرها (حجم الكرة = $\frac{4}{3}\pi r^3$)

مجموعة الأعداد غير النسبية ن

تمارين (١-٢)

تذكر أن

- العدد النسبي هو الذي يمكن وضعه على الصورة $\frac{a}{b}$ حيث $a \in \mathbb{Z}$ ، $b \in \mathbb{Z}^*$ ، $b \neq 0$.
- العدد غير النسبي هو الذي لا يمكن وضعه على الصورة $\frac{a}{b}$ حيث $a \in \mathbb{Z}$ ، $b \in \mathbb{Z}^*$ ، $b \neq 0$.

أكمل باستخدام أحد الرمزتين ن أو \mathbb{Z} .

- | | | |
|-----------------------------|------------------------------|----------------------|
| $5 \in \mathbb{Z}$ | $10 \sqrt{2} \in \mathbb{Z}$ | $5 \in \mathbb{Z}$ |
| $6 \sqrt{2} \in \mathbb{Z}$ | $8 \sqrt{2} \in \mathbb{Z}$ | $0,7 \in \mathbb{Z}$ |
| $\pi \in \mathbb{Z}$ | $9 \sqrt{2} \in \mathbb{Z}$ | |

ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة ، وعلامة (X) أمام العبارة الخاطئة:

- | | | | |
|--|-------|-----------------------------|-------|
| $2,3 \times 10^9 \in \mathbb{Z}$ | $()$ | $5-10 \in \mathbb{Z}$ | $()$ |
| صفر $\in \mathbb{Z}$ | $()$ | $4 \sqrt{2} \in \mathbb{Z}$ | $()$ |
| $1000 \sqrt{2} \in \mathbb{Z}$ | $()$ | $3 < \sqrt{2}$ | $()$ |
| $2 < \sqrt{2}$ | $()$ | $9 \sqrt{2} < 20 \sqrt{2}$ | $()$ |
| طول ضلع مربع مساحة سطحه ٦ سم ² هو عدد نسبي. $()$ | | | |

اختر الإجابة الصحيحة من بين القوسين

- المربع لذي طول ضلعه $3 \sqrt{2}$ سم تكون مساحة سطحه - سم² ($4 \sqrt{2}$ أو ٩ أو ٣ أو ٦)
- العدد غير النسبي المحصور بين ٣، ٤ هو ($3,5$ أو $\frac{1}{8}$ أو $7 \sqrt{2}$ أو $10 \sqrt{2}$)
- العدد غير النسبي المحصور بين -٢، -١ هو ($3-$ أو $1 \frac{1}{4}$ أو $4 \sqrt{2}$ أو $3 \sqrt{2}$)

ايجاد قيمة تقريبية للعدد غير النسبي

تمارين (٣-١)

ضع دائرة حول العدد غير النسبي في كل مما يأتي:

$$\sqrt[3]{\frac{4}{25}}, -\sqrt[3]{9}, 0, 1-\sqrt[3]{2}, 0, 2, -\sqrt[3]{3}, \sqrt[3]{\frac{4}{25}}$$

أوجد قيمة s في كل من الحالات الآتية ، وبين ما إذا كانت $s \in \mathbb{N}$ أم $s \in \mathbb{Q}$

$$125 = s^3$$

$$6 = s^2$$

$$9 = s^2$$

$$1 = (s-2)^3$$

$$4 = (s-1)^2$$

$$10 = s^3$$

أوجد قيمة تقريبية للعدد $\sqrt[3]{10}$ ، وتحقق من صحة إجابتك باستخدام الآلة الحاسبة.

فكر إذا كانت s عددًا صحيحًا فأوجد قيمة s في كل من الحالات الآتية:

$$s > \sqrt[3]{125} \text{ د.س.}$$

$$s > \sqrt[3]{80} \text{ د.س.}$$

$$s > \sqrt[3]{7} \text{ د.س.}$$

$$s > \sqrt[3]{100} \text{ د.س.}$$

$$s > \sqrt[3]{30} \text{ د.س.}$$

$$s > \sqrt[3]{5} \text{ د.س.}$$

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات بين القوسين أمام كل عبارة:

العدد غير النسبي المحصور بين ٢،٣ هو ... ($\sqrt[3]{10}$ أو $\sqrt[3]{7}$ أو ٢،٥ أو $\sqrt[3]{3}$) .

$\sqrt[3]{10} = \dots$ (٢،٩٩ أو ٣،٧١ أو ٣ أو ٣،٢) .

أقرب عدد صحيح للعدد $\sqrt[3]{25}$ هو ... (٥ أو ٣ أو ٢ أو ١٢،٥) .

المربع الذي مساحته ١٠ سم^٢ يكون طول ضلعه ... سم (٥ أو ٥- أو $\sqrt[3]{10}$) .

المكعب الذي حجمه ٦٤ سم^٣ يكون طول حرفه ... سم (٨ أو ٤ أو ١٦ أو ٦٤) .

ارسم خط الأعداد وحدد عليه النقطة التي تمثل العدد $\sqrt[3]{2}$

و النقطة التي تمثل العدد $\sqrt[3]{2} + 1$

و النقطة التي تمثل العدد $1 - \sqrt[3]{2}$

ارسم المثلث أ ب ج القائم الزاوية في ب حيث أ ب ٢ سم ، ب ج ٣ سم واستخدم الشكر في

تحديد النقطة التي تمثل العدد $\sqrt[3]{13}$ ، والنقطة التي تمثل العدد $\sqrt[3]{13}$ على خط الأعداد.

مجموعة الأعداد الحقيقية ح

تمارين (٤-١)

ادرس المخطط السابق وأجب بوضع علامة (✓) إذا كنت العبارة صحيحة وعلامة (X) إذا كانت العبارة خطأ:

- () كل عدد طبيعي هو عدد صحيح .
 () الصفر \in مجموعة الأعداد النسبية .
 () $ص = ص + ص$ با صـ
 () أي عدد غير صحيح هو عدد نسبي .

أكمل الجدول التالي بوضع علامة (✓) في المكان المناسب كما في الحالة الأولى :

العدد	عدد طبيعي	عدد صحيح	عدد نسبي	عدد غير نسبي	عدد حقيقي
-٥	X	✓	✓	X	✓
$\sqrt{2}$					
$\frac{1}{2}$					
$\sqrt[3]{9}$					
-٢					
$\sqrt{4}$					
$\frac{5}{2}$					
٠,٣					
$\sqrt{1}$					

علاقة الترتيب في ح تمارين (١-٥)

رتب تنازليًا: $\sqrt{70}$ ، $\sqrt{50}$ ، 8 ، $\sqrt{64}$ ◆

◆ إذا كانت $s \geq 0$ فذكر ما إذا كانت s موجبة أو سالبة أو خلاف ذلك في كل من الحالات الآتية
◆ $s < 0$ ◆ $s > 0$ ◆ $s < |5|$

◆ اثبت أن $\sqrt{3}$ ينحصر بين $1,7$ ، $1,8$ ، مثل الأعداد $\sqrt{3}$ ، $1,7$ ، $1,8$ على خط الأعداد.

◆ أوجد طول ضلع مربع مساحته 5 سم^2 ، هل طول الضلع عدد نسبي؟

◆ أوجد طول حرف مكعب حجمه 728 سم^3 ، هل طول الحرف عدد نسبي؟

◆ ضع العلامة المناسبة ($<$ أو $>$ أو $=$)

$$\begin{array}{ccc} 2 - \sqrt{44} & \sqrt{7} & 2 \\ 2\sqrt{5} & 2,6 & \sqrt{5} \\ \sqrt{5} - 3 & \sqrt{4} & 2\sqrt{3} + 1 \end{array}$$

◆ أوجد طول ضلع مربع مساحته 7 سم^2 ، هل طول ضلعه و طول قطره عدد نسبي؟

◆ أوجد طول حرف مكعب حجمه 125 سم^3 ، هل طول الحرف عدد نسبي؟

◆ مكعب مساحته الكمية $13,5 \text{ سم}^2$ ، أوجد طول حرفه، هل طول الحرف عدد نسبي؟

الفترات

تمارين (١ - ٦)

أكمل الجدول الآتي كما بالمثال الأول:

الفترة	التعبير بصورة الصفة المميزة	تمثيلها على خط الأعداد
$[-1, 2]$	$اس \geq -1$ و $اس \leq 2$ س ج	
$]3, 1]$		
$[2, +\infty[$		
	$اس > 0$ و $اس \geq 3$ س ج	
	$اس \leq 1$ و $اس > 3$ ج	
$]5, 1[$		
	$اس < 1$ و $اس > 5$ ج	

أكمل بوضع أحد الرموز \in أو \notin :

$3 \in [2, 3]$	$9 \sqrt{2} \in]-\infty, 3[$
$1 \notin]-\infty, 2]$	$2 \in]-\infty, 2]$
$4 \in \{1, 7\}$	$1, 3 \times 10^5 \in \dots$

اختر الإجابة الصحيحة من بين الأقواس:

$\{7, 2\} - [7, 2] = \dots$	$(6, 1)$ أو \emptyset أو $[7, 2]$ أو $\{0\}$
$[5, 0] \cup [8, 3] = \dots$	$[5, 3]$ أو $[5, 2]$ أو $[8, 0]$ أو $[8, 3]$
$[5, 1] \cap]-\infty, 3[= \dots$	$\{3, 1\}$ أو $]3, 1[$ أو $]3, 1]$ أو $[3, 1]$
$]4, 1[- [2, 1] = \dots$	$]1, 1[$ أو $]1, 1[$ أو $]1, 1[$ أو $]1, 1[$

إذا كانت $S =]-\infty, 1[$ ، $M =]-\infty, 2]$ ، $E = \{2, 4\}$ أوجد مستعيناً بخط الأعداد كلًا من:

$S \cap M$	$S \cap M$	$S \cap M$	$S \cap M$
$S \cap E$	$S \cap E$	$S \cap E$	$S \cap E$

العمليات على الأعداد الحقيقية تمارين (١ - ٧)

اختر الإجابة الصحيحة من بين الأقواس أمام كل عبارة:

(٦٧٥ أو ٣٧٥ أو ٣٧٦ أو ٣٧٥) = $3\sqrt{3} + 3\sqrt{2}$ ◆

(١٠٧٠ أو ٥٧٢ أو ٥٧٥ أو ٥٧٥) = $5\sqrt{2} + 5\sqrt{2}$ ◆

(١٥ أو ٣٧٧+١ أو ٣٧٨+١ أو ٣٧٦+١) = $3\sqrt{2} + 4 - 3\sqrt{7} + 5$ ◆

(٦- أو ٣٧٢- أو ٣٧٢ أو ٦) = $3\sqrt{2} \times 3\sqrt{2}$ ◆

($3\sqrt{6}$ أو $3\sqrt{2}$ أو $2\sqrt{6}$ أو $2\sqrt{2}$) = $\frac{6}{3\sqrt{2}}$ ◆

(١٠- أو ٢٠ أو ٤٠٥٧ أو ٤٠) = $2(5\sqrt{2})$ ◆

اختصر إلى أبسط صورة:

($2\sqrt{2} + 5$) $2\sqrt{2}$ ◆

($2\sqrt{2} - 5$) $2\sqrt{2}$ ◆

اختر كلاً من الأعداد الآتية بحيث يكون المقام عددًا صحيحًا:

$\frac{8}{6\sqrt{2}}$ ◆ $\frac{10}{5\sqrt{2}}$ ◆

$\frac{3 + 2\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}$ ◆ $\frac{7}{3\sqrt{2}}$ ◆

اختصر إلى أبسط صورة:

$7\sqrt{5} + 7\sqrt{2} + 3\sqrt{3} - 7\sqrt{2}$ ◆ $6 - 3\sqrt{2} + 5 + 3\sqrt{2}$ ◆

($5\sqrt{2} + 1$) $2 - (5\sqrt{2} - 3)$ $5\sqrt{2}$ ◆ ($1 - 3\sqrt{2}$) ($2 + 3\sqrt{2}$) ◆

إذا كانت $3\sqrt{2} = 2$ ، $3\sqrt{2} = 2$ ، $2 - 3\sqrt{2}$ أوجد قيمة كل من:

أ + ب ◆ أ - ب ◆ أ ب ◆

إذا كانت $3\sqrt{2} = 2$ ، $2 - 3\sqrt{2}$ أوجد قيمة كل من:

س + ص ◆ س × ص ◆ س ، ص ◆

اختبر صحة تقديرك باستخدام الآلة الحاسبة.

العمليات على الجذور التربيعية

تمارين (١ - ٨)

✎ اختر الإجابة الصحيحة من بين القوسين أمام كل عبارة:

١. $5\sqrt{2} - 18\sqrt{2} - 4\sqrt{2} = \dots\dots\dots$ ($3\sqrt{2}$ أو $2\sqrt{2}$ أو $2\sqrt{3}$ أو $2\sqrt{2}$)
٢. $(5\sqrt{2} + 7\sqrt{2})(5\sqrt{2} - 7\sqrt{2}) = \dots\dots\dots$ (2 أو 12 أو $7\sqrt{2}$ أو $5\sqrt{2}$)
٣. $2(\sqrt{2} + \sqrt{8}) = \dots\dots\dots$ ($10\sqrt{2}$ أو 10 أو 18 أو $18\sqrt{2}$)
٤. المعكوس الضربي للعدد $\frac{2\sqrt{7}}{7}$ هو ... ($\frac{7}{2\sqrt{2}}$ أو $\frac{7}{2\sqrt{7}}$ أو $\frac{2\sqrt{2}}{7}$ أو $\frac{2\sqrt{7}}{7}$)
٥. العدد التالي في النمط: $3\sqrt{2}, 12\sqrt{2}, 27\sqrt{2}, 48\sqrt{2}$ هو ($50\sqrt{2}$ أو $75\sqrt{2}$ أو $60\sqrt{2}$ أو $90\sqrt{2}$)

✎ أكمل لتحصل على عبارة صحيحة:

١. إذا كانت $3 + 2\sqrt{2}$ فإن مرافقها وحاصل ضربيهما
٢. المعكوس الضربي للعدد $(\sqrt{2} + \sqrt{3})$ في أبسط صورة هو
٣. فخر إذا كانت $5 = 2$ فإن $(5\sqrt{2} + 2)$... أو
٤. فخر إذا كانت $2\sqrt{5} = 1$ فإن قيمة $2\sqrt{5}$ في أبسط صورة هي
٥. $18\sqrt{2} - 8\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = \dots\dots\dots$

✎ اختصر لأبسط صورة $5\sqrt{2} + \frac{1}{3}\sqrt{6} - \frac{1}{5}\sqrt{10} - 12\sqrt{2}$

✎ إذا كانت $\sqrt{2} - \sqrt{3} = 4$ ، $\sqrt{2} + \sqrt{3} = 5$ فأوجد قيمة $2\sqrt{2}$

✎ إذا كان $1 = 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2}$ ، $\frac{1}{2\sqrt{2} + 3\sqrt{2}} =$ ب فأوجد قيمة أ - ب في أبسط صورة.

✎ إذا كانت $5\sqrt{2} = \sqrt{2} + 3\sqrt{2}$ ، $5\sqrt{2} - 3\sqrt{2} =$ ص

أوجد في أبسط صورة قيمة المقدار $\frac{س + ص}{س - ص}$

✎ إذا كانت $5\sqrt{2} + 7\sqrt{2} = 2$ ، $5\sqrt{2} - 7\sqrt{2} =$ ص

أوجد قيمة المقدار $\frac{س + ص}{س - ص}$ في أبسط صورة.

العمليات على الجذور التكعيبية

تمارين (١ - ٩)

ضع كلًا مما يأتي على صورة $\sqrt[3]{}$ ب حيث، ب عدنان صحيحان، ب أصغر قيمة موجبة ممكنة.

$$128\sqrt[3]{}$$

$$1000\sqrt[3]{}$$

$$54\sqrt[3]{}$$

$$64\sqrt[3]{}$$

$$1715\sqrt[3]{}$$

$$2160\sqrt[3]{}$$

اوجد ناتج كل مما يأتي في أبسط صورة:

$$\frac{4}{25}\sqrt[3]{} \times \frac{2}{5}\sqrt[3]{}$$

$$128\sqrt[3]{} - 250\sqrt[3]{}$$

$$24\sqrt[3]{} - 125\sqrt[3]{}$$

$$100\sqrt[3]{6} \times 10\sqrt[3]{\frac{1}{2}}$$

$$\sqrt[3]{\frac{1}{27}} \div \sqrt[3]{\frac{1}{56}}$$

$$\sqrt[3]{\frac{2}{9}} \div \sqrt[3]{\frac{2}{4}}$$

إذا كانت $\sqrt[3]{5} = 1 + \sqrt[3]{b}$ ، $\sqrt[3]{5} = 1 - \sqrt[3]{b}$ احسب قيمة كل من:

$$\sqrt[3]{(1+b)^2}$$

$$\sqrt[3]{(1-b)^2}$$

اثبت أن

$$128\sqrt[3]{} + 16\sqrt[3]{} = 54\sqrt[3]{2} = \text{صفر}$$

$$1 = (6 \times 4\sqrt[3]{}) \div 16\sqrt[3]{} \times 54\sqrt[3]{}$$

اختر الاجابه الصحيحه مما بين القوسين:

$$\text{إذا كانت } \sqrt[3]{3} = 1 + \sqrt[3]{ص}، \sqrt[3]{3} = 1 - \sqrt[3]{ص} \text{ فإن (ص+ص)} = \dots\dots\dots$$

$$(8, 6, 12, 24)$$

$$\dots\dots\dots = \sqrt[3]{\frac{1}{4}} + \sqrt[3]{\frac{1}{2}} + \sqrt[3]{\frac{1}{8}} + \sqrt[3]{\frac{1}{16}} + \sqrt[3]{\frac{1}{32}} + \sqrt[3]{\frac{1}{64}}$$

$$(\frac{3}{2}, 3, \frac{1}{3}, 2, \sqrt[3]{\frac{1}{4}})$$

$$\text{إذا كانت } \sqrt[3]{3} = 1 + \sqrt[3]{ص}، \sqrt[3]{3} = 1 - \sqrt[3]{ص} \text{ فإن (ص+ص)} = \dots\dots\dots$$

$$(40, 12, 24, 6)$$

$$(\sqrt[3]{\frac{1}{2}}, 1, \text{صفر}, 1)$$

$$\dots\dots\dots = \sqrt[3]{\frac{1}{1250}} + \sqrt[3]{\frac{1}{4}} + \sqrt[3]{\frac{1}{27}} + \sqrt[3]{\frac{1}{64}}$$

$$(\sqrt[3]{8}, \sqrt[3]{14}, \sqrt[3]{3}, \sqrt[3]{8}, \sqrt[3]{14})$$

$$\dots\dots\dots = \sqrt[3]{\frac{1}{2}} - 16\sqrt[3]{}$$

$$(\sqrt[3]{\frac{1}{8}}, \sqrt[3]{\frac{1}{12}}, \sqrt[3]{\frac{1}{9}}, \sqrt[3]{\frac{1}{8}}) \dots\dots\dots = \sqrt[3]{\frac{1}{4}} - \sqrt[3]{\frac{1}{24}}$$

تطبيقات على الأعداد الحقيقية

تمارين (١ - ١٠)

✎ اختر الإجابة الصحيحة من بين الأقواس:

- ✎ المساحة الجانبية للأسطوانة الدائرية القائمة التي طول قطر قاعدتها l وارتفاعها h
 $(\pi l^2 h, \pi l^2, \pi l h, \pi l^2 h^2)$
- ✎ حجم كرة طول قطرها 6 سم - سم^٣
 $(288\pi, 36\pi, 12\pi, 288)$
- ✎ مكعب حجمه $2\sqrt{2}$ سم^٣ فإن طول حرفه = ... سم
 $(\sqrt{2}, 2, 4, 8)$
- ✎ طول نصف قطر قاعدة أسطوانة دائرية قائمة حجمها 40π سم^٣ وارتفاعها 10 سم يساوي ... سم
 $(1, 2, 3, 5)$
- ✎ متوازي المستطيلات الذي أبعاده $2\sqrt{2}, 3\sqrt{2}, 6\sqrt{2}$ من السنتيمترات يكون حجمه ...
 $(6\sqrt{2}, 18\sqrt{2}, 36\sqrt{2}, 72\sqrt{2})$

✎ أكمل لتحصل على عبارة صحيحة:

- ✎ الكرة التي حجمها π سم^٣ يكون طول نصف قطرها ... سم
- ✎ أسطوانة دائرية قائمة طول نصف قطر قاعدتها 1 سم، وارتفاعها h فإن مساحتها الجانبية = ... وحجمها = ...
- ✎ مكعب طول حرفه 4 سم فإن مساحته الكلية = ... سم^٢
- ✎ المساحة الجانبية لمتوازي المستطيلات = ...
- ✎ كرة حجمها 36π سم^٣ وضعت داخل مكعب مست أوجه المكعب الستة أوجد:
 - ✎ طول نصف قطر الكرة
 - ✎ حجم المكعب
- ✎ كرة من المعدن طول قطرها 6 سم صهرت وحولت إلى أسطوانة دائرية قائمة طول نصف قطر قاعدتها 3 سم احسب ارتفاع الاسطوانة.
- ✎ إذا كان ارتفاع أسطوانة دائرية قائمة يساوي طول نصف قطر قاعدتها اوجد ارتفاع الاسطوانة علمًا بأن حجمها 72π سم^٣.
- ✎ كرة معدنية جوفاء طول نصف قطرها الداخلي $3,1$ سم وطول نصف قطرها الخارجي $3,5$ سم. اوجد كتلتها لأقرب جرام علمًا بأن السنتيمتر المكعب من هذا المعدن كتلته 20 جم $(\frac{22}{7} = \pi)$

حل المعادلات والمتباينات من الدرجة الأولى في متغير واحد في ح تمارين (١ - ١١)

✎ **أكمل** لتحصل على عبارة صحيحة حيث $s \in \mathbb{Z}$

✦ إذا كان $s \in \mathbb{Z}$ فإن $s > 15$ ✦ إذا كان $s \in \mathbb{Z}$ فإن $s \leq 4$ ✦

✦ إذا كان $s \in \mathbb{Z}$ فإن $s \geq 3$ ✦ إذا كان $s \in \mathbb{Z}$ فإن $s < 4$ ✦

✦ إذا كان $s \in \mathbb{Z}$ فإن $s \leq 4$ ✦

✎ **أوجد** على صورة فترة مجموعة الحل في ح لكل من المتباينات التالية، ومثل الحل على خط الأعداد:

✦ $s + 2 \geq 3$

✦ $s + 5 \leq 3$

✦ $s > 1$

✦ $s + \frac{1}{3} \geq 2$

✦ $s - 1 \geq 5$

✦ $s < 5$

✎ **أوجد** على صورة فترة مجموعة الحل في ح لكل من المتباينات التالية، ومثل الحل على خط الأعداد:

✦ $s - 2 \geq 4$

✦ $s + 1 > 5$

✦ $s + 2 > 4$

✦ $s - 4 \geq 7$

✦ $s - 2 \geq 1$

✦ $s - 5 > 1$

✎ **أوجد** على صورة فترة مجموعة الحل في ح لكل من المتباينات التالية، ومثل الحل على خط الأعداد:

✦ $|s - 3| > 2$

✦ $s \geq 3$

✦ $s > 5$

✦ $s + 1 \geq 9$

تمارين عامة على الأعداد الحقيقية

✎ **أكمل** لتحصل على عبارة صحيحة:

$$\sqrt{9} + \sqrt{16} = \dots$$

✎ إناء على شكل مكعب سعته ٨ لترات يكون طول حرفه الداخلي - - - سم.

✎ مجموعة الحل في ح للمعادلة $x^2 + 9 = 0$ هي - - -

$$\dots = {}^2(2\sqrt{3} - 3\sqrt{2}) + {}^2(2\sqrt{3} + 3\sqrt{2})$$

✎ المستطيل الذي بعده $(\sqrt{5} + 1)$ سم، $(\sqrt{5} - 1)$ سم تكون مساحته = سم²

$$\sqrt{54} - \sqrt{16} = \dots$$

$$[5, 1] \cup [0, 5] =$$

✎ مجموعة الحل في ح للمعادلة $\sqrt{x} - 2 = 1$ هي - - -

✎ الكرة التي طول قطرها ٦ وحدة طولية يكون حجمها وحدة مكعبة.

$$\sqrt{125} = |\dots|$$

✎ **أوجد** على صورة فترة مجموعة الحل في ح لكل من المتباينات التالية ، ومثل الحل على

خط الأعداد:

$$3 \leq x \leq 4$$

$$x > 3 + 9$$

$$x > 1 \text{ و } x < 3 \text{ و } x \geq 10$$

$$x \geq 2 \text{ و } x \geq 3$$

$$x < 7 \text{ و } x > 5 \text{ و } x \leq 0$$

$$x \geq 5 \text{ و } x > 2 \text{ و } x > 3$$

✎ إذا كانت $x = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{6}}{\sqrt{5} - \sqrt{6}}$ فأثبت أن $x + \frac{1}{x} = 22$

✎ **أوجد** في أبسط صورة: $\sqrt{54} + \sqrt[3]{4} - \sqrt{2}$

❖ أسطوانة دائرية قائمة حجمها 72π سم³، ارتفاعها 8 سم. أوجد مساحتها الكلية.

❖ **أوجد** مستقيماً يخطئ الأعداد $[3, 6] \cap [4, 7]$

❖ إذا كانت $s = \frac{5\sqrt{3} + 2\sqrt{5}}{5\sqrt{}}$ ، $v = \frac{2\sqrt{3} - 5\sqrt{2}}{2\sqrt{}}$

فأوجد قيمة $s^2 + v^2$ ❖ وأثبت أن $s^2 + v^2 = 38$ ❖

❖ إذا كانت $s = \sqrt{5 + 2}$ ، $v = \sqrt{5 - 2}$

فأوجد قيمة $(s + v)^2 + (s - v)^2$

❖ إذا كانت $s = \sqrt{5 - 3\sqrt{}}$ ، $v = \sqrt{5 - 3\sqrt{}}$

فأوجد قيمة $(s^2 + v^2 + 2s + 2v)$

❖ إذا كانت $a = \sqrt{2} + \sqrt{3}$ ، $b = \sqrt{2} - \sqrt{3}$

فأوجد قيمة $a^2 - b^2$

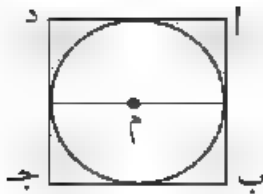
❖ إذا كانت $s = \frac{2\sqrt{5} + 5\sqrt{3}}{5\sqrt{}}$ ، $v = \frac{2\sqrt{3} - 5\sqrt{2}}{2\sqrt{}}$

فأثبت أن $s^2 + v^2 = 38$

❖ **١٢** في الشكل المقابل : دائرة مرسومة داخل

المربع أ ب ج د فإذا كانت مساحه الجزء

المظلل $\frac{1}{4} 4\pi$ سم² أوجد محيط هذا الجزء ($\frac{22}{7} = \pi$)



❖ **١٣** قطعه من الورق على شكل مستطيل أ ب ج د ، فيه أ ب = ١٠ سم ، ب ج = ٤٤ سم ، طويت على

شكل أسطوانه دائريه قائمه ، بحيث يطبق أ ب على د ج أوجد حجم الاسطوانه الناتجه ($\frac{22}{7} = \pi$)

نشاط تكنولوجيا

أوجد: $\sqrt{27} + \sqrt{12} + \sqrt{3}$

افتح برنامج كسل وسجل الأرقام

المعينة في الخلايا A1، B1، D1

لإيجاد الجذر التكعيبي للقيمة

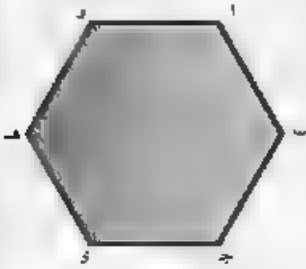
A1، اكتب في الخلية F1، لشكل الآتي $A1^{1/3}$ ثم ENTER يصبح الناتج 3

لإيجاد الجذر التربيعي للقيمة B1، اكتب في الخلية H2، شكل الآتي $B1^{1/2}$ ثم ENTER يظهر ناتج 3.5

لإيجاد الجذر التكعيبي للقيمة J1، اكتب في الخلية J2، شكل الآتي $D1^{1/3}$ ثم ENTER يظهر ناتج 1.5

اكتب في الخلية L2، حاصل جمع J2 + H2 + F2 بعد كتابة يساوي يظهر الناتج 1

نشاط



نشاط ارسم شكلاً سداسياً منتظماً طول ضلعه 4 سم.

♥ أوجد قياس زاويته الداخلية.

♥ ارسم أقطاره A، B، C، D، E، F.

استنتج طول كل منها بدون قياس.

♥ ارسم دائرة تمر بقرصه. ♥ أوجد مساحته.

اختبار الوحدة

أكمل لتحصل على عبارة صحيحة:

- ◆ $[-3, 2] \cap \mathbb{C} = \dots\dots\dots$
- ◆ المعكوس الضربي للعدد $-\sqrt[3]{2}$ هو $\dots\dots\dots$
- ◆ $\sqrt[3]{5}, \sqrt[3]{20}, \sqrt[3]{45}, \sqrt[3]{80}, \dots\dots\dots$ أكمل بنفس التسلسل.
- ◆ إذا كانت $s = \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{7}$ ، $v = \sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{7}$ فإن $(s + v)^2 = \dots\dots\dots$
- ◆ الدائرة التي محيطها 20π سم تكون مساحتها $\dots\dots\dots \pi$ سم²

اختر الإجابة الصحيحة من بين الأقواس أمام كل عبارة:

- ◆ مكعب حجمه 64 سم³ فإن مساحته الجانبية = ... سم² (4 أو 8 أو 16 أو 48)
- ◆ $\sqrt[3]{12} - \sqrt[3]{3} = \dots\dots\dots$ (3 أو $\sqrt[3]{3}$ أو $\sqrt[3]{2}$ أو $\sqrt[3]{3}$)
- ◆ المعكوس الضربي للعدد $-\frac{\sqrt[3]{7}}{12}$ هو $\dots\dots\dots$ ($\frac{12}{\sqrt[3]{7}}$ أو $\sqrt[3]{12}$ أو $-\sqrt[3]{2}$ أو $-\sqrt[3]{2}$)
- ◆ $\sqrt[3]{54} + \sqrt[3]{2} = \dots\dots\dots$ ($2\sqrt[3]{6}$ أو $2\sqrt[3]{2}$ أو $2\sqrt[3]{4}$ أو $2\sqrt[3]{6}$)
- ◆ $[4, 3] - [4, 3] = [5, 3] - [4, 3] = \dots\dots\dots$ ($[4, 3]$ أو $[4, 3]$ أو $[5, 3]$ أو $[4, 3]$)

اختصر لأبسط صورة $16\sqrt[3]{\frac{1}{2}} + 50\sqrt[3]{2} + 18\sqrt[3]{2}$

متواري مستطيلات مصنوع من الرصاص أطوال أحرفه 77 سم، 24 سم، 21 سم، شكت منه مادة لتكون كرة. أوجد طول نصف قطرها. $(\frac{22}{7} = \pi)$

◆ إذا كانت $a = \sqrt[3]{7} - \sqrt[3]{2}$ ، $b = \sqrt[3]{7} + \sqrt[3]{2}$ أوجد قيمة $\frac{a-b}{a}$

◆ مستعينًا بخط الأعداد أوجد $[-1, 3]$ لـ $[0, 5]$ على صورة فترة

◆ أسطوانة دائرية قائمة حجمها 924 سم³، وارتفاعها 7 سم أوجد مساحتها الجانبية $(\frac{22}{7} = \pi)$.

◆ إذا كانت $s = \sqrt[3]{10} + 2$ ، $v = \sqrt[3]{10} - 2$ أعط تقديرًا لحاصل ضرب $s \times v$ واستخدم الآلة الحاسبة لإيجاد الفرق بين تقديرك والإجابة الصحيحة.

◆ أوجد مجموعة الحل في \mathbb{C} ومثل الحل على خط الأعداد

◆ $1 < 2 \leq 3$ س ◆ $3 = \sqrt[3]{2} + 3$ س

الوحدة الثانية

العلاقة بين متغيرين
تمارين (٢-١)

أوجد أربعة أزواج مرتبة تحقق كل من العلاقات الآتية ، ومثلها بيانياً :

(أ) $س + ص = ٥$ (ب) $٢س - ص = ٣$

(ج) $٢س - ص = ٨$ (د) $٢س - ٣ص = ٤$

(هـ) $٢ص - ٥ = ٠$ (و) $ص - ٢س = ٠$

(ز) $س + ٣ = ٠$ (ح) $س + ص + ٣ = ٠$

الجدول الآتي يمثل العلاقة بين المتغير س ، ص حيث $ص = أس + ب$

س	١	٢	٣	٤
ص	٣	ك	٩	١٢

أ- أوجد قيمه ك

ب- مثل هذه العلاقة بيانياً

إذا كانت (٣، ١٠) تحقق العلاقة : $٥س + ب = ١٨$ فأوجد قيمة ب

إذا كانت (ك، ٢) تحقق العلاقة : $٢س - ٥ص = ٨$ فأوجد قيمة ك

مثل بيانياً كلًا من العلاقات الآتية: ١ $س + ص = ٢$ ب $٢س - ص = ٣$

مثل المستقيم الذي يمثل العلاقة $٢س + ٣ص = ٦$ ، وإذا كان هذا المستقيم يقطع محور السينات في النقطة أ ويقطع محور الصادات في النقطة ب ، أوجد مساحة المثلث و أ ب حيث نقطة وهي نقطة الوصل.

ارسم المستقيم الذي يمثل العلاقة $٤ص - ٣س = ١٢$ وإذا كان هذا المستقيم يقطع محور السينات في النقطة أ ، ويقطع محور الصادات في النقطة ب ، أوجد مساحة المثلث و أ ب حيث ونقطة الأصل .

ميل الخط المستقيم وتطبيقات حياتية

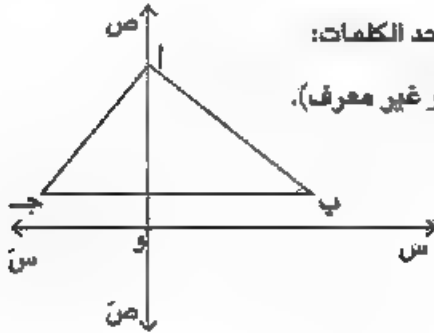
تمارين (٢-٢)

أكمل لتحصل على عبارة صحيحة:

- ١ إذا كان $A(3, 1)$ ، $B(1, 2)$ فإن ميل AB يساوي
 ٢ إذا كان $(-1, 5)$ يحقق العلاقة $3س + ك = ٧$ فإن $ك =$
 ٣ أي مستقيم يوازي محور السينات ميله =
 ٤ أي مستقيم يوازي محور الصادات ميله =
 ٥ إذا كانت A, B ، جد على استقامة واحدة فإن ميل $AB =$ ميل
 ٦ إذا كان $س$ ثمن طاولة الكمبيوتر ١٠٠ جنيه، و $ص$ ثمن الكرسي ٥٠ جنيهًا ، فإذا باع المتجر في أحد الأسابيع بمبلغ ٥٠٠ جنيه، فما هي التوقعات الممثلة لعدد الطاولات التي باعها ، وعدد الكراسي. مثل هذه العلاقة بيانيًا؟

مع عصام ١٠ ورقات مالية فئة ٥ جنيهات، وأوراق مالية فئة ٢٠ جنيهًا، اشترى عصام من المركز التجاري بما قيمته ٦٥ جنيهًا ، حدد الإمكانيات المختلفة لدفع هذا المبلغ باستخدام الأوراق المالية التي معه، وأوجد العلاقة بين عدد كل منها ومثلها بيانيًا.

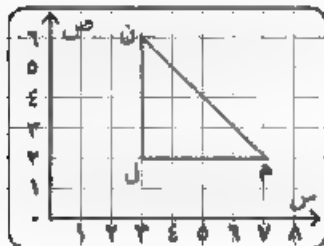
إذا كان $س$ ثمن طاولة الكمبيوتر ١٠٠ جنيه، و $ص$ ثمن الكرسي ٥٠ جنيهًا ، فإذا باع المتجر في أحد الأسابيع بمبلغ ٥٠٠ جنيه، فما هي التوقعات الممثلة لعدد الطاولات التي باعها ، وعدد الكراسي. مثل هذه العلاقة بيانيًا؟



في الشكل المقابل المثلث AB جد أكمل باستخدام أحد الكلمات:

(موجب أو سالب أو صفر أو غير معرف).

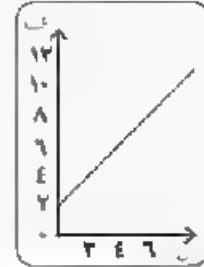
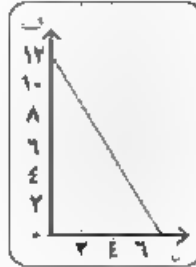
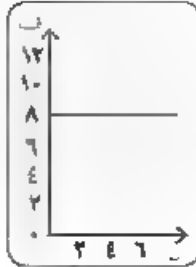
- ١ ميل AB
 ٢ ميل AB
 ٣ ميل AO
 ٤ ميل BO



في الشكل المقابل:

ل $م$ ن مثلث قائم الزاوية في $ل$ ، $و$ $م = ٤٥^\circ$ فإذا كان $ل(٢, ٣)$ ، $م(٧, ٢)$ أوجد إحداثي $ن$ واحسب ميل $م ن$.

كل من الأشكال التالية يوضح العلاقة بين المسافة ف (بالمتر) والزمن ن (بالثانية) لجسم.
حدد موضع الجسم عند بدأ الحركة، وعند $t = 6$ ثوان ، وأوجد ميل المستقيم في كل حالة (ماذا يمثل الميل؟).



١ افتح برنامج EXCEL لرسم محوري س، من دون الأرقام المبينة بالشكل (١) في العمود الأول A، العمود B

٢ بالماوس ظلل العمودين ثم من قائمة Insert اختر Chart شكل (٣) ثم scatter بالشكل (٢) ثم next ثم Finish يظهر محوري س، من

٣ اضغط بالماوس من قائمة الرسم ملف عينة EXCEL وسند قيم

٤ انقل كما بالشكل (٤)

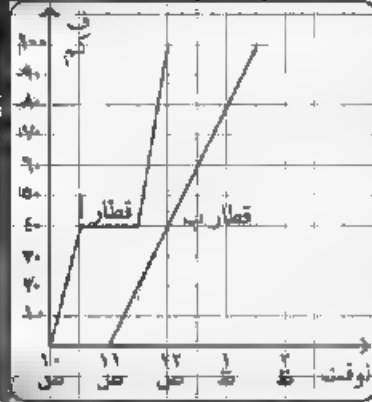
٥ ثم اضغط بالماوس على علامة أ. ارسم مستقيم يمر بكل من النقطتين (١، ٣) و (٢، ٠) يصبح الميل يساوي $(١-٣) / (٢-٠)$ يساوي $-١/٢$ الخط الأزرق

ب. ارسم مستقيم يمر بكل من النقطتين (٢، ٣) و (٣، ٠) يصبح الميل يساوي $(٣-٠) / (٢-٣)$ يساوي -٣ أي، ميل يوازي محور السينات الخط الأصفر

ج. ارسم مستقيم يمر بكل من النقطتين (١، ٠) و (٥، ٥) يصبح الميل يساوي $(٥-٠) / (١-٠)$ يساوي ٥ الميل غير معرف

د. ارسم مستقيم يمر بكل من النقطتين (١، ٠) و (٥، ٥) يصبح الميل يساوي $(٥-٠) / (١-٠)$ يساوي ٥ أي، ميل يوازي محور السينات الخط الأحمر

نشاط



الشكل المقابل يوضح العلاقة بين المسافة F ، والوقت t لحركة قطارين أ، ب بين مخطتين، حيث F (بالكيلو متر)، t (بالساعة) استخدم الرسم لإيجاد قيمة:

- ١. البعد بين المخطتين.
- ٢. الزمن الذي استغرقه كل من القطارين.
- ٣. السرعة المتوسطة لكل منهما.
- ٤. ما دلالة القطعة المستقيمة في حركة القطار أ.
- ٥. السرعة المتوسطة = $\frac{\text{المسافة المقطوعة}}{\text{الزمن الكلي الذي قطعت فيه المسافة}}$

اختبار الوحدة

اختر الإجابة الصحيحة من بين القوسين أمام كل عبارة:

١. أي الأزواج المرتبة التالية تحقق العلاقة $٢س + ٥ص = ٥$

((٢، ٣) أو (٣، ١) أو (١، ٣) أو (٣، ٢))

٢. أي العلاقات الآتية توضح العلاقة بين $س$ ، $ص$ الموضحة بالجدول المقابل.

س	٣	٤	٥
ص	١٠	١٣	١٦

($ص = ٣س + ٧$ أو $ص = ٣س + ٧$ أو $ص = ٣س + ١$ أو $ص = ٣س + ١$)

٣. إذا كان أ (٥، ٣)، ب (٥، ١) فإن ميل \overleftrightarrow{AB} =

($\frac{1}{3}$ أو 3 أو $-\frac{1}{3}$ أو $-\frac{1}{3}$)

٤. العلاقة $٣س + ٨ص = ٢٤$ يمثلها مستقيم يقطع محور الصادات في النقطة.

((٨، ٠) أو (٠، ٨) أو (٣، ٠) أو (٠، ٣))

٥. إذا كانت أ = (٢، ١)، ب = (١٠، ٣)، ج = (٢، ٢) أوجد ميل كل من \overleftrightarrow{AB} ، \overleftrightarrow{BC} ، \overleftrightarrow{AC} .

ارسم المثلث $\triangle ABC$ على الشبكة التريعية، ثم حدد نوع المثلث $\triangle ABC$ بالنسبة لقياسات زواياه.

٦. ملأ عاطف خزان سيارته بالوقود، وسعته ٥٠ لترًا، وبعد أن قطع مسافة ١٠٠ كم، لاحظ أن مؤشر عداد

الوقود يشير إلى أن الخزان به $\frac{1}{4}$ سعته. ارسم الشكل البياني للعلاقة بين المسافة المقطوعة وكمية

الوقود بالخزان التي تتحركها السيارة ليكون الخزان فارغًا.

الوحدة الثالثة

جمع البيانات وتنظيمها
تمارين (٣ - ١)

فيما يلي الأجر الأسبوعي بالجنهات لأربعين عاملاً في أحد المصانع

٥٧	٦٢	٨٩	٨٧	٦٤	٥٤	٩٤	٣٦	٧١	٤٧
٣٦	٦٩	٣٢	٥٦	٦٦	٧٠	٥٢	٤٤	٦١	٥١
٥٥	٦٠	٦٧	٩٦	٩٩	٦٥	٩٠	٧٧	٤٨	٧٩
٥٩	٤٨	٩٤	٤٩	٣٨	٧٨	٨٤	٨١	٧٥	٩٥

والمطلوب عمل جدول تكراري ذي مجموعات (خذ المجموعات الجبرئية: ٣٠-، ٤٠-، ٥٠-، ٦٠-، ٩٠-)

٢٨	٢٢	٣٣	٤٠	٣٧	٣٠	٢٠	٤٠	٣٥	٢٥
٣٧	٢٩	٢٦	٣٢	٢٨	٣٩	٣٧	٢٨	٢٦	٣٥
٣١	٣٧	٣٥	٤٠	٢٨	٢٩	٣٦	٣٥	٣٤	٢٣

وما المجموع

المطلوب:

كون جدول تكراري ذي مجموعات لهذه الدرجات

ب أوجد عدد التلاميذ الممتازين إذا كانت أقل درجة ليكون التلميذ ممتازاً هي ٣٦ درجة

تبيين البيانات التالية عدد أيام الإجازات التي حصل عليها ٤٠ عامل خلال سنة كاملة

١٥	٣٠	٢٦	١٤	٢٨	١٣	٢٥	١٤	٢٧	١١
٢٤	١٦	٢١	١٦	١٥	٢٢	٢١	١٧	٢١	٢٩
٢٦	٢١	١٥	٢٠	٢٠	٢٤	٢٠	٢٠	١٥	٢٦
٢٩	٣٠	٢٠	٢٧	٢٢	٢٦	٢٢	٢٨	٢٠	١٥

المطلوب:

١ تكون الجدول التكراري لهذه البيانات

٢ إيجاد عدد العمال الذين حصلوا على إجازات أكثر من ٢٠ يوماً في السنة.

الجدول التكرارى المتجمع الصاعد والجدول التكرارى المتجمع النازل وتمثيلهما بيانيا تمارين (٣ - ٢)

البيانات التالية لدرجات ١٠٠ طالب فى امتحان تجريبى لمادة الرياضيات.

المجموع	٥٠	٤٠	٣٠	٢٠	١٠	مجموع
التكرار	١٢	٢٣	٢٨	١٥	١٤	٨

والمطلوب:

١. تكوين كل من الجدول التكرارى المتجمع الصاعد والنازل
٢. رسم المنحنى التكرارى المتجمع الصاعد والنازل على نفس ورقة الرسم البيانى.
٣. من الرسم أوجد عدد الطلاب الحاصلين على أقل من ٤٠ درجة، والحاصلين على ٤٠ درجة فأكثر.
٤. النسبة المئوية لنجاح الطلاب، علما بأن النهاية الصغرى للنجاح ٢٠ درجة.
٥. ما النسبة المئوية للطلاب الحاصلين على أكثر من ٤٥ درجة؟

الجدول الآتى يبين التوزيع التكرارى لدرجات ٥٠ طالبا فى أحد الاختبارات.

المجموع	٢٦	٢٧	٢٨	٢٩	٣٠	٣١	٣٢	مجموع
التكرار	٥	٤	٧	١٣	١٠	٩	٥	٢

والمطلوب: رسم المنحنى التكرارى المتجمع الصاعد لهذا التوزيع

الجدول الآتى يبين التوزيع التكرارى للأجر اليومي لمجموعة من العمال .

المجموع	٣٠	٢٥	٢٠	١٥	١٠	٥	مجموع
التكرار	١٠	١٢	٣٠	٢٤	١٤	٨	١٠٠

والمطلوب: رسم المنحنى التكرارى المتجمع النازل لهذا التوزيع

الجدول الآتى يمثل التوزيع التكرارى لأعمار ٥٠ عاملا بأحد المصانع.

المجموعات	-٢٠	-٢٥	-٣٠	-٣٥	-٤٠	-٤٥	-٥٠	المجموع
التكرار	٥	٨	٩	١٣	٥	٢	٥٠

والمطلوب:

◆ أكمّل الجدول.

◆ ارسم المنحنى التكرارى المتجمع الصاعد والمنحنى التكرارى المتجمع النازل لهذا التوزيع.

◆ من الرسم أوجد:

أولاً: عدد العمال الذين أعمارهم أكبر من ٣٢ سنة

ثانياً: عدد العمال الذين أعمارهم أصغر من ٤٣ سنة

◆ فيما يلى التوزيع التكرارى الذى يبين درجات ١٠٠٠ طالب فى إحدى المواد.

النسبة المئوية	٢٠	٣٠	٤٠	٥٠	٦٠	٧٠	٨٠	٩٠	المجموع
عدد الطلبة	٣٠	٦٠	١٦٠	٢٦٠	١٥٠	١٣٠	١١٠	٩٠	١٠٠٠

والمطلوب:

◆ رسم المنحنيين المتجمعين الصاعد والنازل لهذا التوزيع.

◆ عدد التلاميذ الحاصلين على أقل من ٧٥ درجة.

◆ عدد التلاميذ الحاصلين على أكثر من ٨٥ درجة.

الوسط الحسابي والوسيط والمنوال تمارين (٣ - ٣)

الجدول التكراري الآتي يبين التوزيع التكراري لعدد أيام الأجازات بأحد المصانع لعدد ٥٠ عاملا .

المجموعات	-٢	-٦	-١٠	-١٤	-١٨	-٢٢	-٢٦
التكرار	٤	٥	٨	٥-٤	٧	٥	١

أوجد: أولاً: قيمة \bar{x} ثانياً: الوسط الحسابي لهذا التوزيع

الجدول الآتي يبين توزيع ١٢٠ طالبا حسب أطوالهم بالسنتيمترات .

الطول بالسنتيمتر	-١٤٠	-١٤٤	-١٤٨	-١٥٢	-١٥٦	-١٦٠	المجموع
التكرار	١٢	٢٠	٣٨	٢٢	١٧	١١	١٢٠

أوجد الوسط الحسابي لهذا التوزيع

فيمايلي توزيع الأجور لبعض العاملين في أحد المصانع.

مجموعات الأجور	-٣٠٠	-٤٠٠	٥٠٠	٦٠٠	٧٠٠	المجموع
عدد العمال	٨	١٢	١٨	٧	٥	٥٠

ارسم منحني التكرار المتجمع النازل لهذا التوزيع ثم أوجد الأجر الوسيط

في الجدول التكراري التالي ذي المجموعات المتساوية في المدى.

المجموعات	-١٠	-٢٠	-٣٠	-٤٠	٠-٥٠	٦٠-المجموع
التكرار	١٢	١٥	٢٥	٢٧	٤ + ٤	٤ ١٠٠

أولاً: أوجد قيمة كل من س، ك

ثانياً: ارسم في شكل واحد المنحنيين المتجمعين الصاعد والنازل ثم احسب الوسيط.

الجدول الآتي يبين التوزيع التكراري لأوزان ٥٠ تلميذا بالكيلو جرام بأحدى المدارس

الوزن بالكيلو جرام	-٣٠	-٣٥	-٤٠	-٤٥	-٥٠	-٥٥	المجموع
عدد التلاميذ	٤ + ٤	٣ ك	٤ ك	٣ ك + ١	٣ ك - ١	١ ك + ١	٥٠

أولاً: أوجد قيمة ك

ثانياً: ارسم المدرج التكراري وأوجد الوزن المنوال

الجدول التكراري الآتي يبين التوزيع التكراري لأطوال ٣٠٠ تلميذ في إحدى المدارس

الطول بالسنتيمتر	-١١٠	-١١٥	-١٢٠	-١٢٥	-١٣٠	-١٣٥	-١٤٠	المجموع
عدد التلاميذ	١٠	١٢	٢٨	٣٥	٦٠	٤٠	١٥	٣٠٠

ارسم المدرج التكراري لهذا لتوزيع وأوجد الطول المنوال

تمارين هامة على الإحصاء

الجدول الآتي يبين التوزيع التكراري لدرجات ٥٠ طالبًا في أحد الاختبارات:

المجموعات	-٦	-٥	-٤	-٣	-٢	-١	٠	١	٢	٣	٤	٥	المجموع
التكرار	٣	٥	٩	١٠	١٢	٧	٤	٥٠					

أوجد أولاً: الوسط الحسابي لدرجة الطالب. ثانياً: الوسيط

من الجدول التكراري التالي نرى المجموعات المتساوية في المدى أوجد:

المجموعات	-٦	-٥	-٤	-٣	-٢	-١	٠	١	٢	٣	٤	٥	المجموع
التكرار	٣	٥	٩	١٠	١٢	٧	٤	٥٠					

أولاً: أوجد قيمة كل من س، ك

ثانياً: ارسم في شكل واحد المنحنيين المتجمعين الصاعد والنازل، ثم احسب الوسيط.

أوجد المنوال للتوزيع التكراري التالي لدرجات ٤٠ طالبًا في أحد الاختبارات:

مجموعات الدرجات	-٣	-٤	-٥	-٦	-٧	-٨	المجموع
التكرار	٣	٤	١٢	٨	٧	٦	٤٠

الجدول الآتي يبين التوزيع التكراري لدرجات ١٠٠ عامل بأحد المصانع.

أوجد

مجموعات الأجر بالجنيه	-٧	-٨	-٩	-١٠	-١١	-١٢	-١٣
عدد العمال	١٠	١٣	٤	٢٠	١٦	١٤	١١

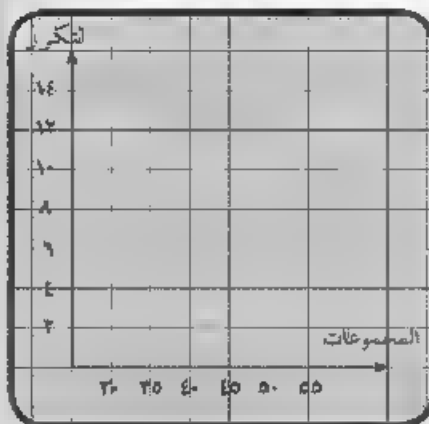
أوجد قيمة كل من س، ك

الأجر المنولي بالجنيه

نشاط

الجدول الآتي يبين التوزيع التكراري لأوزان ٥٠ تلميذاً بالكيلو جرام بإحدى المدارس.

الوزن بالكيلو جرام	٣٠	٣٥	٤٠	٤٥	٥٠	٥٥	المجموع
عدد التلاميذ	٧	٣	٤	١٠	٨	٤	٥٠



أولاً: أوجد قيمة ك.

ثانياً: احسب الوسط الحسابي.

ثالثاً: ارسم المنحنى التكراري المتجمع الصاعد.

رابعاً: ارسم المدرج التكراري وأوجد الوزن المنوال.

خامساً: أوجد الوسيط.

اختبار الوحدة

♥ أكمل بإجابات صحيحة:

- ♦ إذا كان الحد الأدنى لمجموعة ٨ والحد الأعلى لنفس المجموعة ١٤ فإن مركزها = ...
- ♦ إذا كان الحد الأدنى لمجموعة ٤ ومركزها ٩ فإن حدّها الأعلى = ..
- ♦ نقطة تقاطع المنحنيين المتجمعين الصاعد والنازل تعين .. على محور المجموعات.
- ♦ إذا كان الوسط الحسابي لتوزيع تكراريّ هو ٣٩,٤ ومجموع تكراراته ١٠٠ فإن مجموع خواص ضرب تكرار كل مجموعة في مركزها = ...

♥ الجدول التالي يبين التوزيع التكراريّ لأوزان ٢٠ طفلًا بالكيلو جرام

مجموعات	-٥	-١٥	-٢٥	-٣٥	-٤٥	المجموع
تكرار	٣	٤	٧	٤	٢	٢٠

أوجد الوزن الوسيط بالكيلو جرام باستخدام المنحنيين التكراريين المتجمع الصاعد والنازل لهذا التوزيع.

♥ فيما يلي التوزيع التكراريّ للحافز الأسبوعي لعدد ١٠٠ عامل في أحد المصانع.

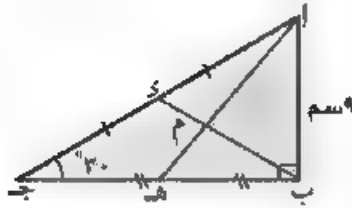
مجموعات	-٢٠	-٣٠	-٤٠	-٥٠	-٦٠	-٧٠
تكرار	١٠	٢٠	٢٢	٢٦	٢٠	٨

- ♦ احسب قيمة ك.
- ♦ أوجد الوسط الحسابي لهذا التوزيع.
- ♦ القيمة المتوالية للحافز الأسبوعي باستخدام المدرج التكراري.

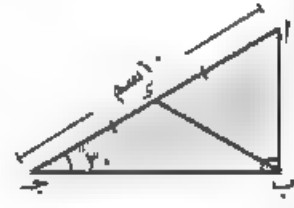
الوحدة الرابعة

متوسطات المثلث تمارين (٤ - ١)

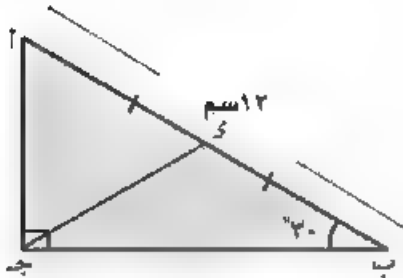
أكمل



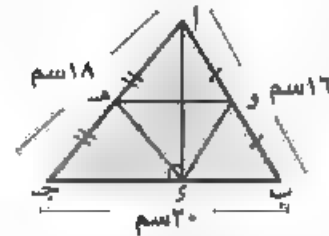
ا ج = ... سم ، ب س = ... سم
م س = ... سم ، ب س = ... سم



ب س = ... سم ، ا ب = ... سم
محيط \triangle ا ب س = ... سم



ا ج = ... سم ، ا س = ... سم
ب ج = ... سم ، ج س = ... سم



و س = ... سم ، و ه = ... سم ، و ه = ... سم
محيط \triangle و ه س = ... سم

٥ في الشكل المقابل:

ا ب ج مثلث ، س منتصف ا ب ،

ص منتصف ب ج ،

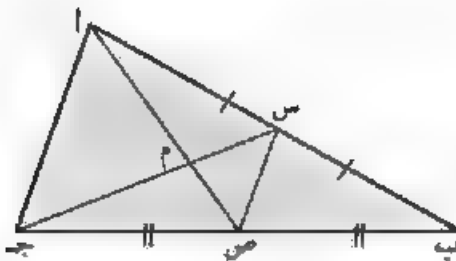
س ص = ه س ، س ج = ا س ، ا س = {م}

حيث: ج م = م = ٨ سم ، ص م = م = ٣ سم

أوجد:

(١) محيط \triangle م س ص

(٢) محيط \triangle م ا ج

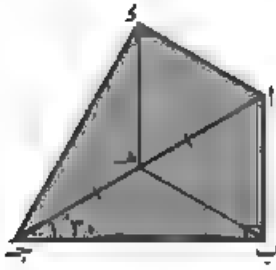


٦ أب جـ مثلث، و منتصف بـ حـ، م \exists أـ و بحيث أم = ٢ م س،

رسم جـ م فقطع أـ ب في هـ.

فإذا كان هـ جـ = ١٢ سم

أوجد طول هـ م



٧ في الشكل المقابل:

أب جـ مثلث قائم الزاوية في ب،

وهـ (أ جـ ب) = ٣٠°

أب = ٥ سم، هـ منتصف أ جـ

إذا كان و هـ = ٥ سم

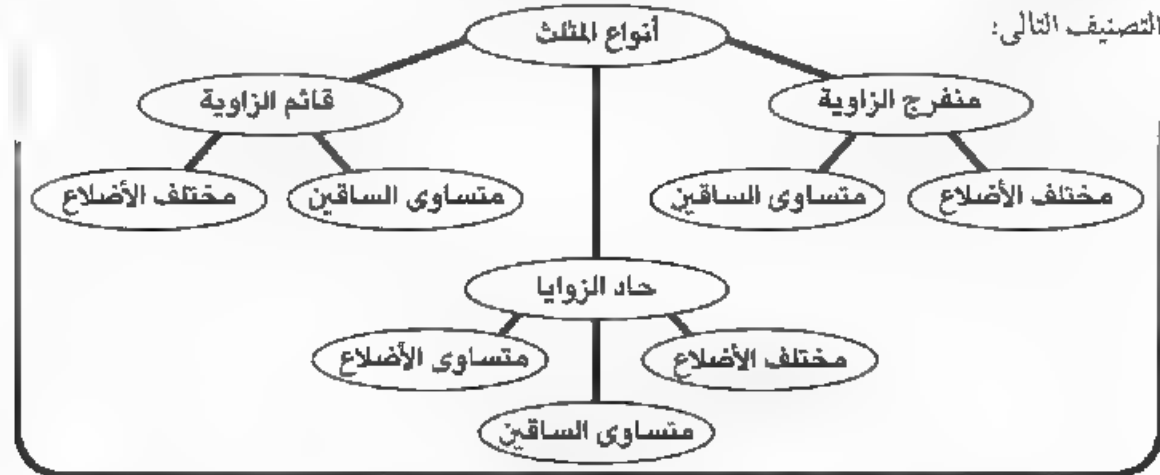
فأثبت أن وهـ (أ جـ ب) = ٩٠°

المثلث المتساوي الساقين

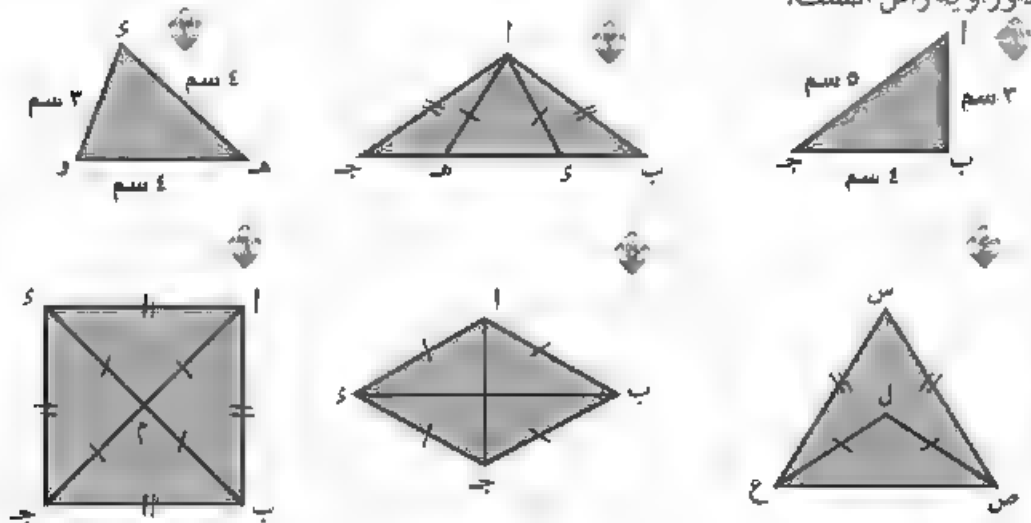
تمارين (٤ - ٢)

لاحظ أن:

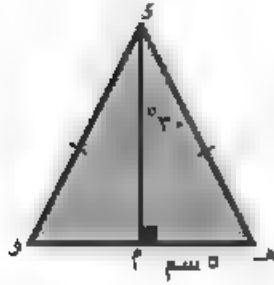
- ١ زاويتا القاعدة في المثلث المتساوي الساقين حادة.
 - ٢ زاوية الرأس في المثلث المتساوي الساقين من الممكن أن تكون حادة أو قائمة أو منفرجة.
- لذلك قد يكون المثلث المتساوي الساقين منفرج الزاوية أو قائم الزاوية أو حاد الزوايا كما يوضح التصنيف التالي:



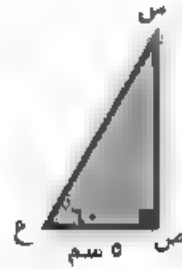
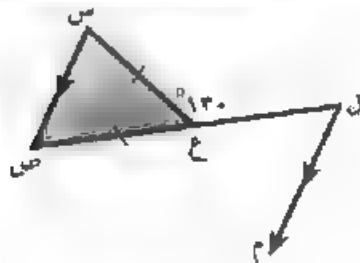
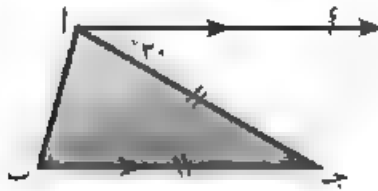
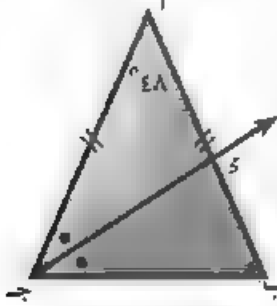
* في كلٍّ من الأشكال التالية اذكر المثلثات المتساوية الساقين وحدد قاعدتها ثم لاحظ نوع زاويتي القاعدة وزاوية رأس المثلث.



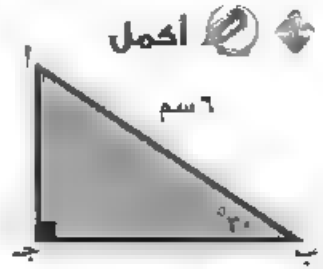
نظريات المثلث المتساوي الساقين تمارين (٣ - ٤)



ده = سم، وه = () = ٥
هو = سم، وه = () = ٥



س ع = سم



أ ج =

في الشكل المقابل:

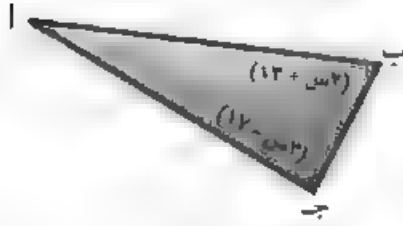
أ ب = أ ج، وه = (أ ب ج) = ٤٨°
ج د ينصف أ ب ج د ويقطع أ ب في د
أوجد وه (أ ب)، وه (أ ب ج)

في الشكل المقابل:

أ ب ج مشك فيه أ ج = ب ج،
أ د // ب ج، وه = (أ ج) = ٢٠°
أوجد قياسات زوايا أ ب ج

في الشكل المقابل:

ع د ل ص، م ع = ص ع
وه = (أ ل ع س) = ١٣٠°، ل م // م ص
أوجد وه (أ م ل ص)



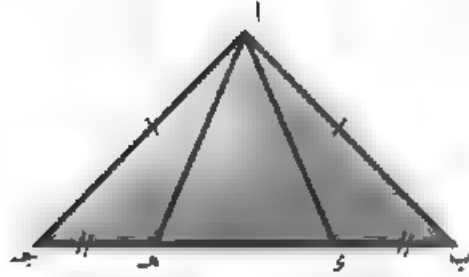
في الشكل المقابل

$$اب = اج، و \angle ب = (١٣ + ٣)^\circ$$

$$و \angle ج = (١٧ - ٣)^\circ$$

أوجد قياسات زوايا $\triangle ابج$

في الشكل المقابل



اب جـ مثلث متساوي الساقين فيه $اب = اجـ$

و $\angle ب جـ = هـ$ و $\angle ب جـ$ بحيث $ب و = هـ جـ$

اثبت أن أولاً: $\triangle ا و هـ$ متساوي الساقين

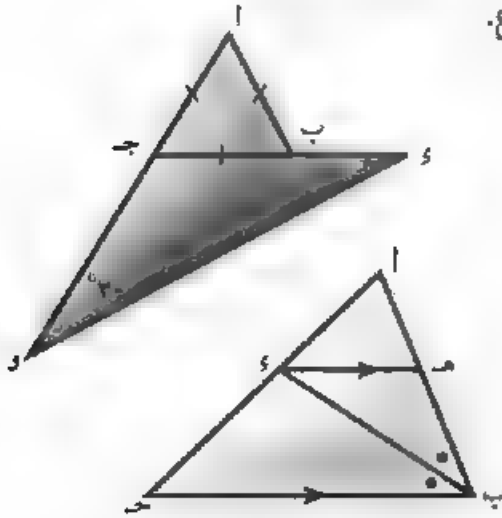
ثانياً: $\angle ا و هـ \equiv \angle ا هـ و$

في الشكل المقابل: اب جـ مثلث متساوي الأضلاع.

$$و \angle ا جـ = د جـ، و \angle ا جـ = د جـ،$$

$$و \angle و جـ = ٣٠^\circ$$

اثبت أن $\triangle و جـ د$ متساوي الساقين.



في الشكل المقابل

ب و ينصف $\triangle اب جـ$ ، ويقطع $اجـ$ في و،

و $هـ د // ب جـ$ بحيث $هـ د = اب$.

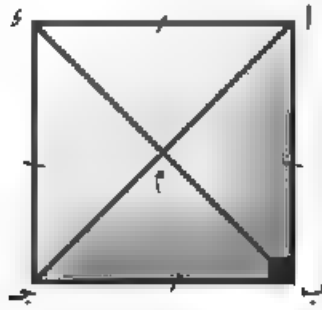
اثبت أن $\triangle هـ ب و$ متساوي الساقين.

اب جـ مثلث فيه $و د = اب$ ، $هـ د ب جـ$ بحيث كان $ب و = ب هـ$ فإذا كان $و هـ // اجـ$

اثبت أن $اب = ب جـ$

اب جـ مثلث فيه $اب = اجـ$ ، $ب و$ ينصف $\triangle اب جـ$ ، $جـ و$ ينصف $\triangle اجـ ب$

اثبت أن $\triangle و ب جـ$ متساوي الساقين.



♦ أب ج د مربع تقاطع قطراه أ ج ، ب د في النقطة م

✎ أكمل وناقش

♦ في \triangle أب ج ، و \angle أب ج = 90°

\therefore أب = ب ج

\therefore و \angle ب ج د = و \angle د ج أ = 90°

♦ \therefore و \angle ب أ د = 90° و \angle د أ ج = 90°

\therefore و \angle ب ج د = 90° و \angle د ج أ = 90°

♦ هل القطر أ ج ينصف \angle أ ؟

♦ هل القطر ب د ينصف كل من \angle ب ، \angle د ؟

♦ هل \triangle م أ د متساوي الساقين ؟ لماذا ؟

♦ اذكر مثلثات متساوية الساقين رأس كل منها النقطة م . ص

♦ هل م منتصف أ ج ، ب د

♦ هل أ ج = ب د

♦ استنتج من البنود السابقة خواص المربع.

نتائج على نظريات المثلث المتساوي الساقين

تمارين (٤ - ٤)

♥ اكمل لتحصل على عبارة صحيحة:

١. مُنْصَفُ زاوية الرأس في المثلث المتساوي الساقين ينصف القاعدة ويكون

♥ عدد محاور تماثل المثلث المتساوي الأضلاع تساوي

جـ أي نقطة على محور تماثل قطعة مستقيمة تكون على بعدين متساويين من

♥ إذا كان قياس إحدى زوايا مثلث متساوي الساقين ١٠٠°

فإن قياس إحدى الزاويتين الأخريين =

♥ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات بين القوسين :

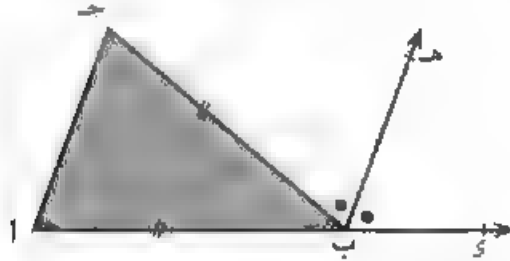
♥ عدد محاور تماثل المثلث المتساوي الساقين = ... (٣ ، ٢ ، ١ ، ٠)

بـ لمثلث الذي أطوال أضلاعه ٢ سم، (س + ٣) سم، ٥ سم يكون متساوي الساقين عندما س = ... سم

(٤ ، ٣ ، ٢ ، ١)

جـ نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كل منها من جهة القاعدة بنسبة

(٣:٢ ، ٣:١ ، ١:٢ ، ٢:١)



♥ في الشكل المقابل:

أ ب = ب ج ، ب هـ منصف \angle ج ب و

✍ اثبت أن ب هـ // أ جـ

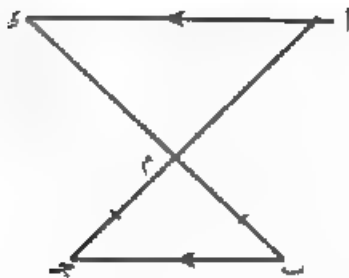
ي الشكل المقابل:

أ جـ \cap ب و = {م}

أ و // ب جـ ، م ب = م جـ

✍ اثبت أن (١) Δ أ م و متساوي الساقين

(٢) محور تماثل Δ أ م و هو نفسه محور تماثل Δ ب م جـ

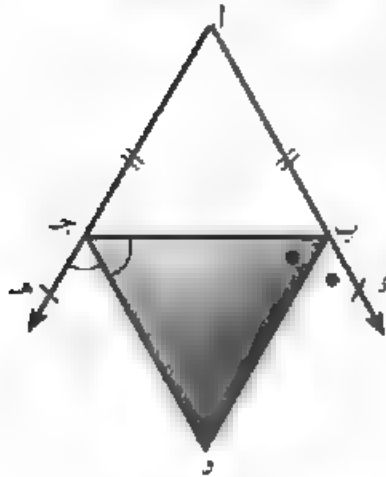


تمارين عامة على متوسطات المثلث والمثلث المتساوي الساقين



في الشكل المقابل

أب = أج، ب ج = ١٠ سم،
و. $(\angle باي) = ٩٠^\circ$ ، أ ي \perp ب ج
أولاً: أوجد طول كل من ب ي، أ ي.
ثانياً: ما عدد محاور تماثل المثلث أب ج؟
ثالثاً: ما مساحة $\triangle أب ج$ ؟

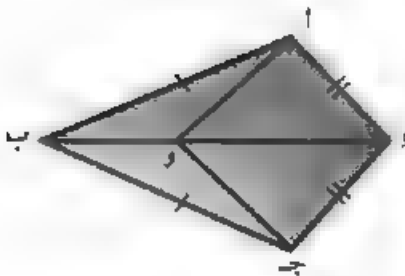


في الشكل المقابل

أب = أج، ب ج = ١٠ سم، هـ د = أج
ب ي ينصف $\angle باي$ ، ب ج =
ج و ينصف $\angle باي$ ، ب ج =

اثبت أن

أولاً: $\triangle ب و ج$ متساوي الساقين
ثانياً: أ و محور تماثل ب ج

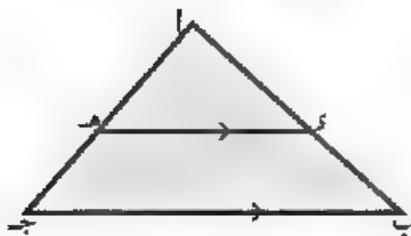


في الشكل المقابل

أب = ج ب، أ ي = ج و

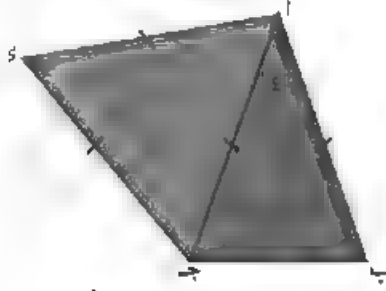
اثبت أن

ب ي ينصف $\angle باي$ ، أ ي = ج
و ي ينصف $\angle باي$ ، أ ب = ج



في الشكل المقابل

هـ د // ب ج، أ ي = هـ د
برهن أن: أ ب = أج،

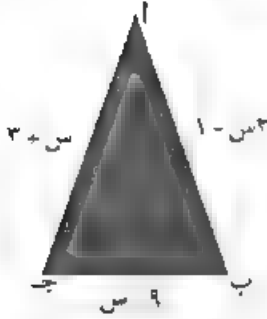


♥ في الشكل المقابل:

$$AB = AC = AD = AE$$

$$\angle A = 40^\circ$$

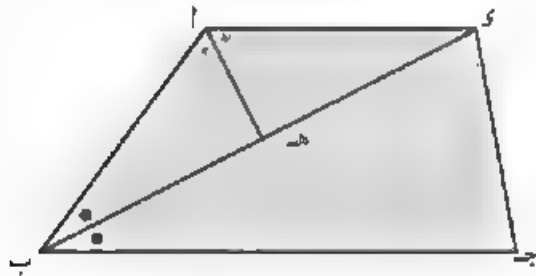
أوجد: $\angle B$



♥ في الشكل المقابل:

$$AB \text{ جزء مثلث فيه } \angle B = 90^\circ$$

أوجد محيط المثلث



♥ في الشكل المقابل:

AB جزء شكر رباعي فيه $AE \parallel BF$

BE ينصف AB

AF ينصف AD

اثبت أن: أولاً: $AB = AD$ ثانياً: $AF \perp BE$

ثالثاً: $BE = EF$

نشاط

♥ باستخدام المسطرة والفرجار ارسم $\triangle ABC$ الحادة

وفي الجهة الأخرى من B ارسم $AE \parallel AC$

♥ في الشكل المقابل AB جزء مستطير،

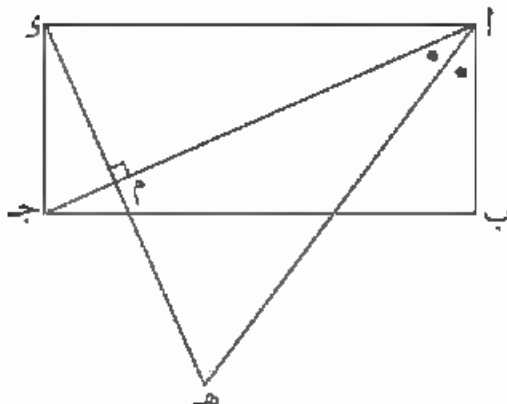
AC قطر فيه، AE ينصف AB

$$AE \perp AC$$

$$\text{حيث } AE \cap AC = E$$

$$AC \cap AE = M$$

تزيهن أن $AE = EM$

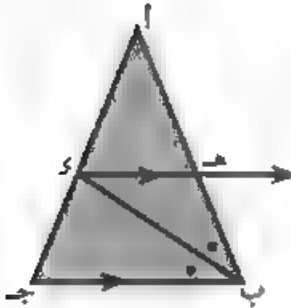


الهندسة اختبار الوحدة

أكمل لتجعل العبارات صحيحة:

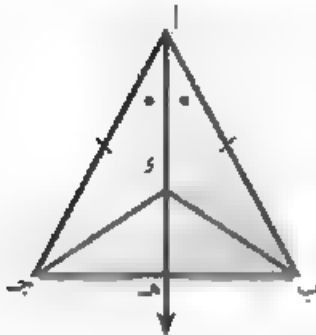
- زاوية القاعدة في المثلث المتساوي الساقين
- المتوسط المرسوم من رأس المثلث المتساوي الساقين يكون
- \triangle اب ج فيه $اب = اج$ ، و $\angle ا = ٧٠^\circ$ فإن $\angle ج =$
- عدد محاور المثلث المتساوي الأضلاع
- قياس الزاوية الخارجة عن المثلث المتساوي الأضلاع
- و المستقيم العمودي على القطعة المستقيمة من منتصفها يسمى

في الشكل المقابل:



- اب ج مثلث فيه ب د ينصف $\angle ا$ ب ج و يقطع $\overline{اج}$ في و، و رسم و ه $// ج د$
- و ه \cap اب = هـ

برهن أن ب هـ = هـ د



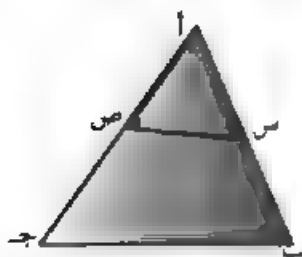
في الشكل المقابل اب ج مثلث فيه اب = اج،

- اه ينصف $\angle ا$ ب اج ا هـ \cap ب ج = هـ
- د = اهـ .

برهن أن

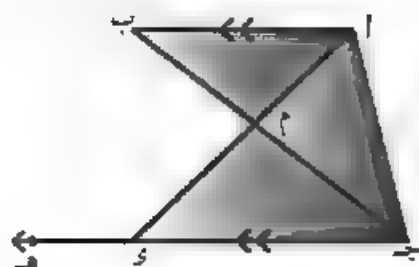
- ب هـ = ا ب ج
- ب د = ج د

الوحدة الخامسة

التباين
تمارين (٥ - ١)

◆ في الشكل المقابل:

أب جـ مثلث فيه $AB < AC$ ، $S \in AB$
 $S \in AC$ بحيث $QS \parallel AS$ و $QS \parallel AS$
 اثبت أن: $MS < CS$



◆ في الشكل المقابل: $AB \parallel CD$ ،

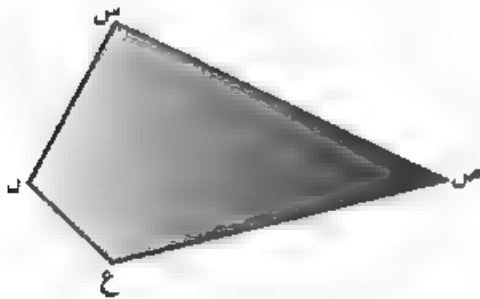
أو $AD \parallel BC$ ، $M \in AC$ ، $EF \parallel AD$
 اثبت أن: $ME < MF$ و $ME < MF$
 و $ME < MF$ و $ME < MF$

◆ م نقطة داخل المثلث أ ب جـ

اثبت أن: $MA < MB$ و $MA < MB$

المقارنة بين قياسات الزوايا في المثلث تمارين (٥ - ٢)

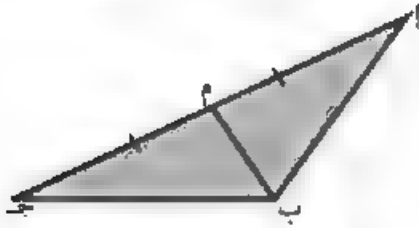
◆ \triangle أ ب ج فيه أ ب = ٢ سم، ب ج = ٥ سم، أ ج = ٦ سم رتب قياسات زوايا المثلث تصاعدياً.



◆ في الشكل المقابل:

س ص < س ل، ص ع < ع ل

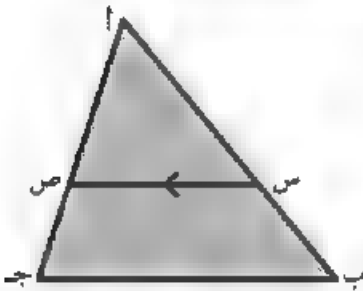
برهن أن: \angle و (س ل ع) < و (س ص ع)



◆ في الشكل المقابل:

ب م متوسط في \triangle أ ب ج، ب م > أ م

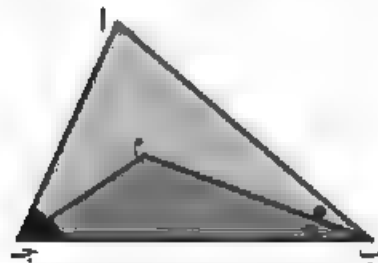
برهن أن: \triangle أ ب ج منفرجة.



◆ في الشكل المقابل:

أ ب ج مثلث فيه أ ب < أ ج، س ص // ب ج

برهن أن: \angle و (أ ص س) < و (أ س ص)



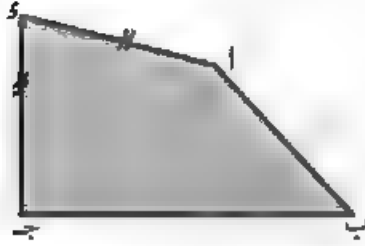
◆ في الشكل المقابل:

أ ب ج مثلث، ب م ينصف \triangle أ ب ج،

ج م ينصف \triangle أ ب ج.

فإذا كان: أ ب < أ ج، برهن أن:

و (أ م ج ب) < و (أ م ب ج)

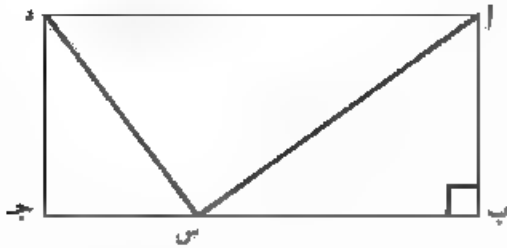


في الشكل المقابل:

أ ب ج د شکر رباعي فيه $أ د = ج د$ ب ج $<$ أ ب

برهن أن:

و (أ) $<$ و (د ج)

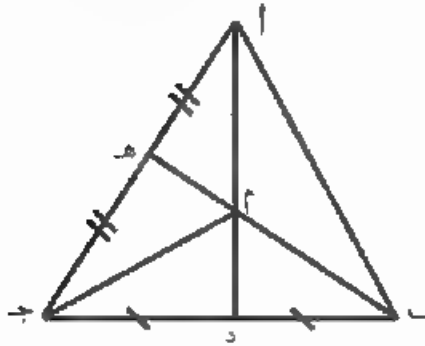


في الشكل المقابل:

أ ب ج د مستطيل، س \in ب ج حيث

اس $<$ س د اثبت أن:

و (د س أ ب) $<$ و (د س د ج)



في الشكل المقابل:

Δ أ ب ج، $\overline{أ د}$ ، $\overline{ب ه}$ متوسطان فيه

تقاطعا في م، إذا كان م د $<$ م ه فبرهن أن:

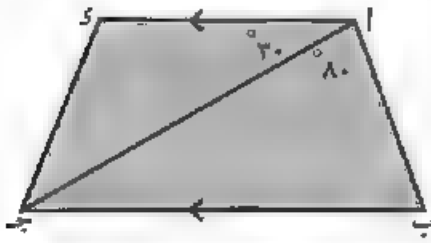
و (د م أ ب) $>$ و (د م ب أ)

في الشكل المقابل: أ ب ج د شکر رباعي فيه أ ب أكبر الأضلاع طولا، ج د أصغر الأضلاع طولا برهن أن:

و (د ب ج د) $<$ و (د ب أ د)

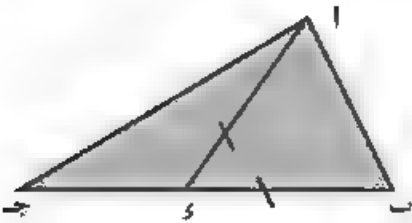
المقارنه بين أطوال الأضلاع في المثلث تمارين (٥ - ٣)

◆ \triangle أ ب ج فيه \angle أ = 40° ، و \angle ب = 70° ، رتب أطوال أضلاع المثلث تنازلياً.



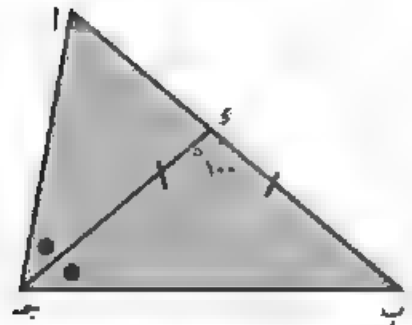
◆ في الشكل المقابل:

أى \parallel ب ج، و \angle ب ا ج = 80°
و \angle د ا ج = 20° برهن أن: ب ج < أ ب



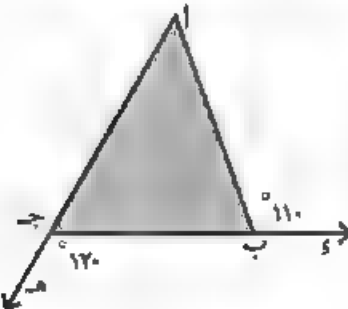
◆ في الشكل المقابل:

أ ب ج مثلث و د ب ج حيث ب د = أ د
برهن أن: ب ج < أ ج



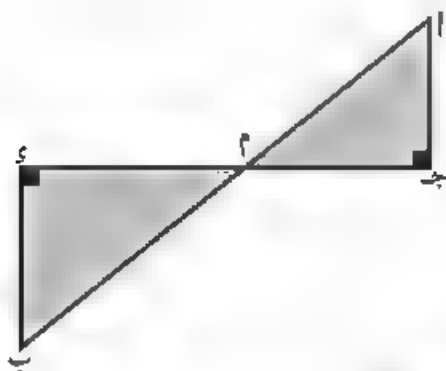
◆ في الشكل المقابل:

أ ب ج مثلث، ج د ينصف \angle ج ويقطع أ ب في د
و \angle ب د ج = 100° ، و ب د = د ج
برهن أن: أ ج < ب د.



◆ في الشكل المقابل:

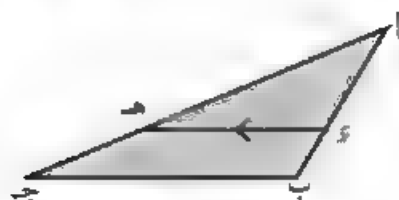
أ ب ج مثلث، و د ب ج، هـ د \parallel أ ج
و \angle ا ب د = 110° ، و \angle ب ج هـ = 120°
برهن أن: أ ب < ب ج.



في الشكل المقابل:

أب \cap ج د = م، أ ج = ج د، ب د = ج د

برهن أن: \angle أ ب < ج د



في الشكل المقابل:

أ ب ج مثلث منفرج الزاوية في ب

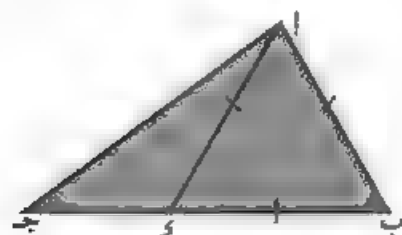
ه د // ج ب

برهن أن: \angle ا ه < ا د

أ ب ج مثلث، ج د ينصف ا ج، ج د \cap ا ب = د

برهن أن: ب ج < ب د

في \triangle ا ب ج فيه \angle ا = $(2س + ٢٠)^\circ$ ، \angle ب = $(١٠ - س)^\circ$ ، \angle ج = $(س + ٢٠)^\circ$ ، رتب أطوال أضلاع المثلث تصاعدياً.



في الشكل المقابل:

أ ب ج مثلث، د ب ج، ا ب = ا د = ب د

برهن أن: ب ج < ا ج

أ ب ج مثلث قائم الزاوية في ب، د ب ج، ا ج = ه د، د ب ج حيث ا د = ب ه أثبت أن

\angle ج ه د < \angle ج د ه

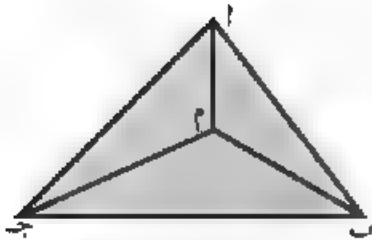
متباينة المثلث تمارين (٥ - ٤)

❖ إذا كان طولاً ضلعين في مثلث متساوي الساقين ٥ سم، ١٢ سم فما هو طول الضلع الثالث؟
اذكر السبب.

❖ بين أي مجموعات الأطوال الآتية تصلح لأن تستخدم في رسم مثلث:

- ❖ ٥ سم، ٧ سم، ٨ سم
- ❖ ٤ سم، ٩ سم، ١٣ سم
- ❖ ١٠ سم، ١٣ سم، ٤ سم
- ❖ ١٥ سم، ١٧ سم، ٣٠ سم

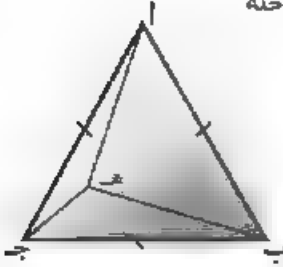
❖ برهن أن طول أي ضلع في المثلث أصغر من نصف محيط المثلث.



❖ في الشكل المقابل:
أ ب ج مثلث ، م نقطة داخله برهن أن:
 $m + m + m < \text{محيط المثلث أ ب ج}$

❖ برهن أن مجموع طولي قطري أي شكل رباعي محدب أصغر من محيط الشكل.

تمارين عامة على التباين

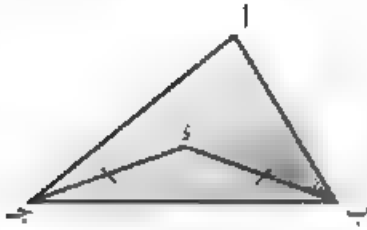


١٦ في الشكل المقابل: أ ب ج مثلث متساوي الأضلاع، هـ نقطة د، خله

وهـ (أ هـ ج ب) < وهـ (أ هـ ب ج).

أولاً: برهن أن: وهـ (أ ب هـ) < وهـ (أ ج هـ).

ثانياً: وهـ (أ) < وهـ (أ ب هـ) < وهـ (أ ج هـ).



١٧ في الشكل المقابل:

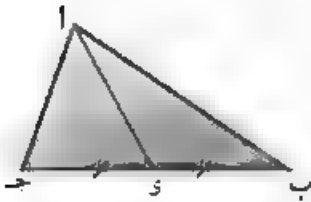
ك ب = د ج.

وهـ (أ ب ج) < وهـ (أ ج ب)

برهن أن: وهـ (أ ب د) < وهـ (أ ج د)

١٨ أ ب ج مثلث فيه أ ب = ٦ سم، أ ج = ٧ سم، ب ج = ٨ سم

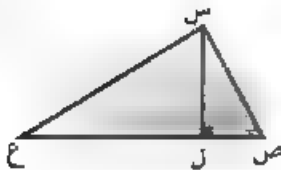
رتب قياس زواياه ترتيباً تصاعدياً



١٩ في الشكل المقابل:

أ ب < أ ج، د ب = د ج

برهن أن وهـ (أ ب د) > وهـ (أ ج د).



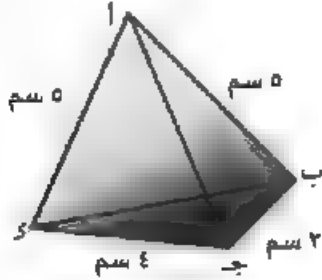
٢٠ في الشكل المقابل:

س ع < س ص

س ن ⊥ ع ص

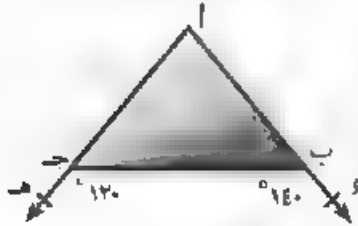
برهن أن وهـ (أ ن س ع) < وهـ (أ ن س ص)

في الشكل المقابل:



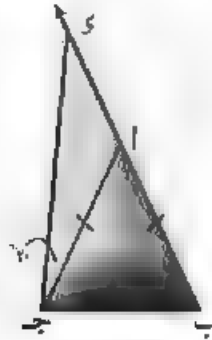
أب جد Δ شكل رباعي فيه أب - أ د = ٥ سم،
ب ج = ٢ سم، و ج د = ٤ سم.
برهن أن \angle (أ ب ج) < \angle (أ د ج)

في الشكل المقابل:



و \angle (أ ب ج) = ١٤٠°
و \angle (أ ج ب) = ١٢٠°
برهن أن ج ب < أ ب

في الشكل المقابل:



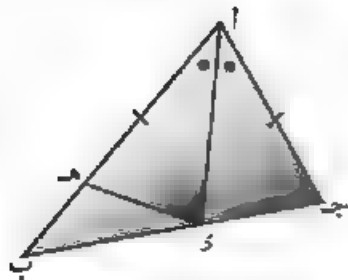
أ ب أ ج
و \angle (أ ب ج) = ٦٥°
و \angle (أ ج د) = ٢٠°
برهن أن أ ب < أ د

في الشكل المقابل:



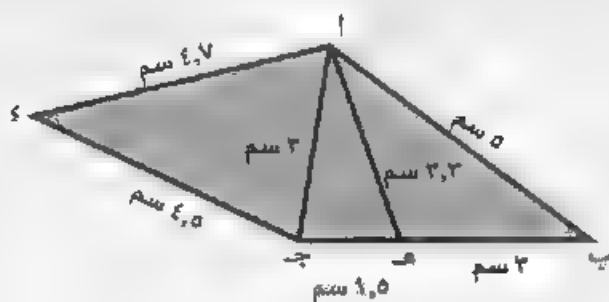
و \angle (أ ب) = ٩٠°
برهن أن أ ج < أ د

في الشكل المقابل:



أ ج < أ د، و \angle (أ ج أ د) = \angle (أ ب أ د)
أ د = أ ج
برهن أن: أ د = أ ج
و \angle (أ ب د) < \angle (أ د ب)
و \angle (أ د ب) < \angle (أ ب د)

نشاط



♥ من الشكل المقابل أكمل باستخدام (> أو <)

- 1 و 2 (أ ج) . و 3 (أ ج)
 2 و 3 (أ ج) . و 1 (أ ج)
 1 و 3 (أ ج) . و 2 (أ ج)
 1 و 2 (أ ج) . و 3 (أ ج)
 2 و 3 (أ ج) . و 1 (أ ج)
 1 و 3 (أ ج) . و 2 (أ ج)

♥ في المثلث أ ب ج، أ ب = 6 سم، ب ج = 8 سم
 فإن أ ج = []

♥ في المثلث أ ب ج، أ = 9°، ب = 17°
 ج = ()°
 رتب أطوال أضلاع المثلث تصاعدياً

اختبار الوحدة

أكمل لتكون العبارة صحيحة:

أصغر زوايا المثلث في القياس يقابلها

في \triangle أ ب ج: إذا كان \angle أ = 70° ، و \angle ب = 20° فإن أكبر أضلاع المثلث طولاً هو .

إذا كان طولاً ضلعين في مثلث متساوي الساقين ٣ سم، ٧ سم فإن طول الضلع الثالث = .

\triangle أ ب ج فيه: و \angle أ = 100° فإن أكبر أضلاعه طولاً هو

\triangle أ ب ج فيه أ ب = ٣ سم، ب ج = ٥ سم، فإن أ ج \in [.....،]

أطول أضلاع المثلث القائم الزاوية هو

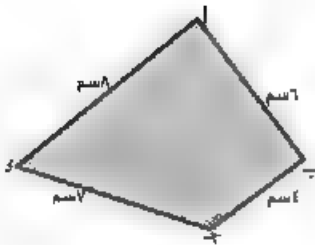
في الشكل المقابل:

أ ب ج د شكل رباعي فيه أ ب = ٦ سم، ب ج = ٤ سم،

ج د = ٧ سم، د أ = ٨ سم

برهن أن:

و \angle ب ج د $<$ و \angle ب أ د

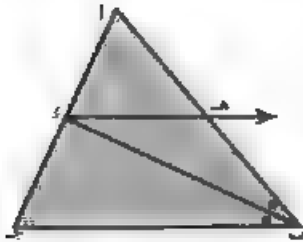


في الشكل المقابل:

أ ب ج مثلث، ب د ينصف \angle ب، ب د \cap أ ج = {د}،

و $AD \parallel BC$ ويقطع أ ب في هـ

برهن أن: أ ب $<$ أ د



في الشكل المقابل:

\triangle أ ب ج فيه أ ب $<$ أ ج، د \in أ ب، هـ \in أ ج

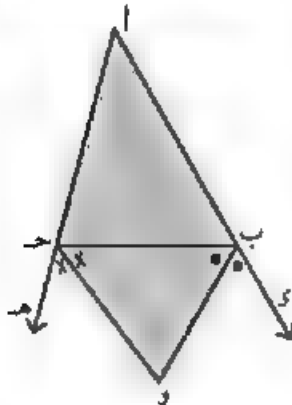
ب و ينصف \angle ب ج، ج و ينصف \angle ب ج هـ

ب و \cap ج و = {و}

برهن أن:

و \angle أ و ب ج $<$ و \angle ب ج و

ج و $<$ ب و



نماذج امتحانات الجبر والإحصاء

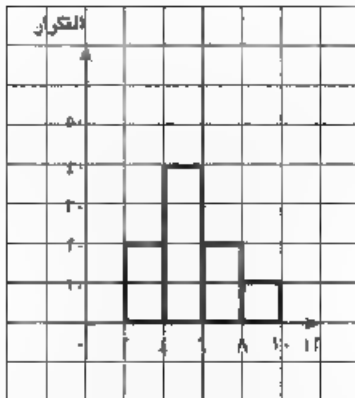
النموذج الأول

[١] أكمل ما يأتي :

- (١) مجموعة حل المعادلة $(س + ٢)(س + ٣) = ١$ هي (س \in ح)
 (٢) إذا كان الحد الأدنى لمجموعة هو ١٠ والحد الأعلى لها هو س ومركزها هو ١٥ فإن
 فإن س =
 (٣) $\{١, ٢, ٣, ٤, ٥, ٦, ٧, ٨, ٩, ١٠, ١١, ١٢, ١٣, ١٤, ١٥, ١٦, ١٧, ١٨, ١٩, ٢٠, ٢١, ٢٢, ٢٣, ٢٤, ٢٥, ٢٦, ٢٧, ٢٨, ٢٩, ٣٠\}$
 (٤) للكعب الذي حجمه ٨ سم^٣ يكون مجموع أطوال أحرافه سم
 (٥) المعكوس الضربي للعدد $\sqrt[٣]{٧} + \sqrt[٣]{٧} =$ في أبسط صورة

[٢] اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

- (١) إذا كان نصف قطر كرة = ٨ سم فإن حجمها يساوي :
 (أ) $\frac{٤}{٣}\pi ٦٤$ سم^٣ (ب) $\frac{٤}{٣}\pi ٣٦$ سم^٣ (ج) $\frac{٤}{٣}\pi ٧٢$ سم^٣ (د) $\frac{٤}{٣}\pi ٢٨٨$ سم^٣
 (٢) إذا كانت النقطتين (١، ٢) تحقق العلاقة $س + ٥ = ٠$ فإن
 (أ) ١ (ب) -٤ (ج) -٤ (د) ٥
 (٣) $\sqrt[٣]{٢}(\sqrt[٣]{٢} - \sqrt[٣]{٤}) =$ (أ) ٤ (ب) ٨ (ج) ١٦ (د) ٤٠
 (٤) الوسيط لمجموعة من القيم ٣٤، ٣٢، ٢٢، ٢٠، ٢٢، ٤٠ هو :
 (أ) ٢٢ (ب) ٢٣ (ج) ٢٤ (د) ٢٥
 (٥) إذا كان الوسط الحسابي للقيم ٢٧، ٨، ١٦، ٢٤، ٦، ١٤ فإن ١٤ تساوي :
 (أ) ٢ (ب) ٦ (ج) ٢٧ (د) ٨٤



(٦) في الشكل المقابل : قيمة المثلث =

- (أ) ٤ (ب) ٥ (ج) ٦ (د) ٤٠

[٣] (أ) أوجد قيمة : $\sqrt[٣]{٢٤}\sqrt[٣]{\frac{١}{٢}} - \sqrt[٣]{٢}\sqrt[٣]{٣} - \sqrt[٣]{٥٤}\sqrt[٣]{٢} + \sqrt[٣]{١٨}\sqrt[٣]{٢}$

(ب) إذا كان من $\frac{٣}{\sqrt[٣]{٢٧} - \sqrt[٣]{٥}}$: من $\sqrt[٣]{٢٧} - \sqrt[٣]{٥}$

التي أن س من عددان متوافقان

[٤] (أ) ارسم بيانيا العلاقة الخطية من $س - ٢ =$

(ب) أوجد مجموعة حل المتباينة : $\frac{١}{٢} + س > ١ + س > \frac{١}{٢} + س$ في ح ومثلها على خط الأعداد .

[٥] (١) اسطوانة دائرية قائمة طول نصف قطر قاعدتها $2\sqrt{2}$ سم وارتفاعها ٩ سم . اوجد حجمها بدلالة π . وإذا كان حجمها يساوي حجم كرة فاجد طول نصف قطر الكرة

(٢) اوجد الوسط الحسابي للتوزيع التكراري الآتي :

المجموعة	-٥	-١٥	-٢٥	-٣٥	-٤٥	المجموع
التكرار	٧	١٠	١٢	١٣	٨	٥٠

اللمودج الثاني

[١] أكمل ما يأتي:

- (١) المعكوس الجمعي للعدد $3\sqrt{2} - 5\sqrt{3}$ هو
- (٢) $(2\sqrt{2} + 3\sqrt{3})(2\sqrt{2} - 3\sqrt{3}) = \dots\dots\dots$
- (٣) مرافق العدد $\frac{2\sqrt{2} - 5\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$ هو
- (٤) إذا كان حجم كرة $\frac{9}{4}\pi$ سم^٣ فإن طول قطرها =
- (٥) $\{4, 3\} - \{5, 2\} = \dots\dots\dots$

[٢] اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

- (١) إذا كان حجم مكعب = 27 سم^٣ فإن مساحة أحد أوجهه يساوي :
- (أ) 3 سم^٢ (ب) 9 سم^٢ (ج) 36 سم^٢ (د) 81 سم^٢
- (٢) إذا كان المتوال لجموعة من القيم $1, 11, 8, 4, 3, 2$ هو 4 فإن $S =$
- (أ) 2 (ب) 4 (ج) 6 (د) 8
- (٣) إذا كان الوسط الحسابي للقيم $18, 23, 29, 2, 1 - k, k$ هو 18 فإن $k =$
- (أ) 1 (ب) 7 (ج) 29 (د) 90
- (٤) إذا كان الحد الأدنى لجموعة هو 4 والحد الأعلى لها هو 8 فإن مركزها هو :
- (أ) 2 (ب) 4 (ج) 6 (د) 8
- (٥) اسطوانة دائرية قائمة طول نصف قطرها يساوي 3 وارتفاعها يساوي طول قطرها ، يكون حجمها =
- (أ) π سم^٣ (ب) π سم^٣ (ج) 2π سم^٣ (د) 4π سم^٣
- (٦) مجموعة حل المعادلة $S(1 - S) = 0$ ، صفر ، $S \in \mathbb{R}$ هي :
- (أ) [صفر] (ب) $\{1\}$ (ج) $\{1 - 1\}$ (د) $\{1, 1 - 1, 0\}$

[٢] (١) اختصر لأبسط صورة : $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3} + \sqrt{5}} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} - \sqrt{5}}$

(٢) اثبت ان : $\sqrt{128} + \sqrt{12} - \sqrt{54} = 2\sqrt{2}$

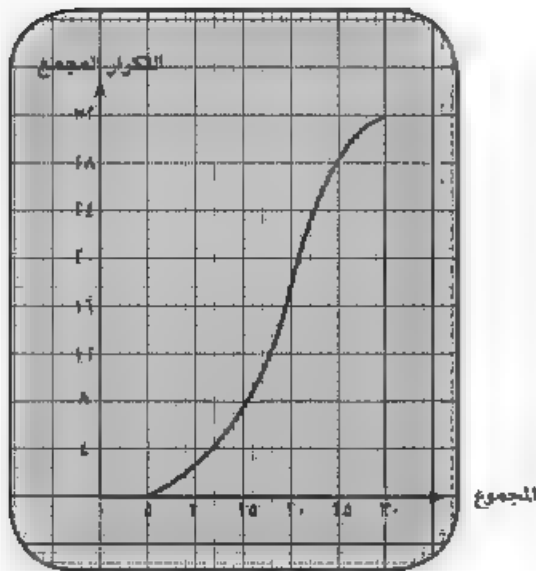
[٣] (١) أوجد مجموعة حل المتباينة : $2 > 3 + 5 \geq 10$ هي ح مع تمثيل فترة الحل على خط الأعداد .

(٢) إذا كانت $\sqrt{3} + \sqrt{2} = 5$ فأوجد قيمة : $5 - \sqrt{3} - \sqrt{2}$

[٥] (أ) الشكل المقابل يمثل درجات ٣٢ طالباً في أحد الاختبارات

أكمل:

الدرجة الوسيطة =



(٢) أوجد الوسط الحسابي للتوزيع التكرار .

المجموعة	٥	١٥	-٢٥	٣٥	٤٥	المجموع
التكرار	٤	٥	٦	٣	٢	٢٠

نموذج الفصل الأول للطلاب المدمجين

السؤال الأول:

أكمل العبارات التالية لتصبح صحيحة

- (١) مرافق العدد $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ هو.....
 (٢) $\sqrt{18} + \sqrt{54} - \sqrt{3} = \dots\dots\dots$
 (٣) المتوال لمجموعة القيم ٣، ٥، ٣، ٤، ٣، هو.....
 (٤) الوسيط لمجموعة من القيم ٢، ٣، ٥، ٧، ٩ هو.....
 (٥) مجموعة حل المعادلة $x^2 + 9 = 0$ صفر في \mathbb{C} هي.....

السؤال الثاني:

اختر الإجابة الصحيحة من الإجابات المعطاة

- (١) الوسط الحسابي لمجموعة القيم ٩، ٦، ٥، ١٤، ١ يساوي.....
 (أ) ٧ (ب) ٣ (ج) ٥ (د) ٩
 (٢) أبسط صورة للمقدار $(\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{2} + \sqrt{3})$ هو.....
 (أ) $\sqrt{3}$ (ب) ١ (ج) $\sqrt{2}$ (د) $2\sqrt{3}$
 (٣) العكوس الجمعي للعدد $-\sqrt{5}$ هو.....
 (أ) $\sqrt{5}$ (ب) ٥ (ج) $2\sqrt{5}$ (د) -5
 (٤) $\{5, 3\} - \{5, 3\} = \dots\dots\dots$
 (أ) $\{5, 3\}$ (ب) $\{5, 3\}$ (ج) \emptyset (د) $\{5, 3\}$
 (٥) مكعب حجمه ٦٤ سم^٣ فإن طول حرفه.....سم
 (أ) ٤ (ب) ٨ (ج) ١٦ (د) ٦٤

السؤال الثالث:

اكتب أمام العبارة في العمود الثاني رقم الجملة المناسبة لها من العمود الأول

- (١) مجموعة حل المعادلة $x^2 - 25 = 0$ في \mathbb{C} هو....
 (٢) $\dots\dots\dots = [2, 3] \cap [2, 0]$
 (٣) إذا كان ترتيب الوسيط هو الرابع فإن عدد القيم هو.....
 (٤) $\sqrt[3]{3}$ هو عدد.....
 (٥) مجموعة حل المتباينة $3 \geq x \geq 7$ هي.....
 (على خط الأعداد)
- () $[2, 0]$
 () ٧
 () $\{5, -5\}$
 () $\leftarrow \quad \rightarrow$
 () غير نسبي

السؤال الرابع:

ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة وعلامة (X) أمام العبارة الخاطئة

- () (١) الوسط الحسابي لمجموعة من القيم = مجموع القيم ÷ عددها
 () (٢) إذا كان $\sqrt{13} - \sqrt{7} = \sqrt{6}$ ، فإن $\sqrt{13} + \sqrt{7} = \sqrt{6}$ ، ص أم م
 () (٣) العدد غير النسبي $\sqrt{7}$ يقع بين ٢، ٣
 () (٤) $3\sqrt{7} = 2\sqrt{7} + \sqrt{7}$
 () (٥) أبسط صورة للمقدّر $\frac{1}{5\sqrt{5}}$ هو $\frac{\sqrt{5}}{5}$

السؤال الخامس:

أولاً:

إذا كان الحد الأدنى لمجموعة هو ٤ والحد الأعلى لها هو ٨ فن مركزها = $\frac{\dots + \dots}{2} = \dots$

ثانياً الجدول الآتي لإيجاد الوسط الحسابي للتوزيع التكراري الآتي:

المجموعات	-٥	-١٥	-٢٥	-٣٥	-٤٥	المجموع
التكرار	٧	١٠	١٢	١٣	٨	٥٠

المجموعات	مركز المجموعة (م)	التكرار (ك)	م × ك
-٥	١٠	٧	$70 = 7 \times 10$
-١٥	٢٠	١٠	$\dots = 10 \times 20$
-٢٥	٣٠	١٢	$\dots = 12 \times 30$
٣٥	٤٠	١٣	$\dots = 13 \times 40$
٤٥	٥٠	٨	$\dots = 8 \times 50$
المجموع		٥٠	٥٠٠

$$\text{الوسط الحسابي} = \frac{\text{مجموع (ك} \times \text{م)}}{\text{مجموع (ك)}} = \frac{\dots}{\dots} = \dots$$

نماذج امتحانات الهندسة

النموذج الأول

[١] أكمل ما يأتي :

- (١) أكبر اضلاع المثلث القائم الزاوية طولاً هو
- (٢) إذا كان طولاً ضلعين في مثلث ٢ سم ، ٧ سم فإن : > طول الضلع الثالث >
- (٣) إذا اختلفا قياسا زاويتين في مثلث فأكبرهما في القياس
- (٤) إذا كان متوسط المثلث المرسوم من أحد رؤوسه يساوي نصف طول الضلع المقابل لهذا الرأس فإن
- (٥) إذا كان قياس إحدى زوايا مثلث متساوي الساقين 90° كان المثلث

[٢] اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :



- (١) $\triangle ABC$ متساوي الأضلاع $\hat{A} = 60^\circ$ =
 (أ) 45° (ب) 60°
 (ج) 120° (د) 135°
- (٢) في المثلث ABC القائم الزاوية في B ، إذا كان $AB = 20$ سم فإن طول المتوسط المرسوم من B =
 (أ) ١٠ سم (ب) ٨ سم (ج) ٦ سم (د) ٥ سم
- (٣) س، م، ع مثلث فيه $\hat{C} = 70^\circ$ ، $\hat{M} = 60^\circ$ فإن \hat{S} سم
 (أ) < (ب) > (ج) = (د) ضعف
- (٤) الأضوال التي تصلح أن تكون اضلاع مثلث هي :
 (أ) ٥ ، ٢ ، ١٠ (ب) ٥ ، ٣ ، ٢ (ج) ٩ ، ٣ ، ٢ (د) ٧ ، ٣ ، ٢
- (٥) المثلث الذي فيه قياسا زاويتين 82° ، 69° يكون :
 (أ) متساوي الساقين (ب) متساوي الأضلاع (ج) مختلف الأضلاع (د) قائم الزاوية



(س) ١٢

(ج) ٩

(ب) ٦

(أ) ٢

(٦) في الشكل المقابل : إذا كان

$$\hat{A} = 2^\circ \text{ و } \hat{B} = 7^\circ$$

نر $AB = \dots\dots\dots$ سم

[٣] (١) أكمل : ΔABC فيه $AB < AC$ فإن :

..... (ب) $\angle C$ (ج) $\angle B$

(ب) في الشكل المقابل :



..... (ب) $\angle C = \angle A$ ، $AB = CD$ ، $\Delta ABC \cong \Delta CDA$

متساوي الأضلاع أوجد : (ب) $\angle C$.

(ج) في الشكل المقابل :

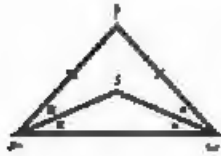


..... (ب) $\angle C = \angle A$ ، $AB \parallel CD$ ، $\angle B = \angle D$

..... (ب) $\angle C = \angle A$ ، أثبت أن $AB < AC$

[٤] (١) برهن أن : زاويتي القاعدة في المثلث المتساوي الساقين متطابقتان

(ب) في الشكل المقابل :



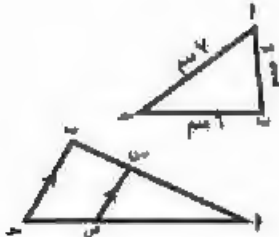
..... (ب) $AB = AC$ ، \overline{AD} ينصف $\angle A$ ، \overline{DE} ينصف $\angle B$

أثبت أن : ΔABC متساوي الساقين

[٥] (١) في الشكل المقابل :

رتب زوايا ΔABC ترتيباً تنازلياً .

(ب) في الشكل المقابل :



..... (ب) $AB \parallel DE$ ، $BC \parallel DE$

أثبت أن : $\angle A < \angle B$

النموذج الثاني

[١] اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) المثلث الذي له ثلاثة محاور تماثل هو مثلث :

(أ) مختلف الأضلاع (ب) متساوي الساقين (ج) قائم الزاوية (د) متساوي الأضلاع

(٢) مجموع طولي أي ضلعين في مثلث طول الضلع الثالث.

(أ) أكبر من (ب) أصغر من (ج) يساوي (د) خط

(٣) مثلث متساوي الساقين طولاً ضلعين فيه ٨ سم ، ٤ سم فإن طول الضلع الثالث سم

(أ) ٤ (ب) ٨ (ج) ٣ (د) ١٢

(٤) إذا كان ΔABC فيه $\angle C = 130^\circ$ فإن أكبر أضلاعه طولا هو

(أ) \overline{AB} (ب) \overline{AC} (ج) \overline{BC} (د) متوسطه

(٥) ΔABC متساوي الساقين فيه $\angle C = 100^\circ$ ، فإن $\angle A = \angle B = \dots\dots\dots$

(أ) 100° (ب) 80° (ج) 90° (د) 40°

(٦) في الشكل المقابل من نحن

(أ) 100° (ب) 140° (ج) 180° (د) 280°



[٢] أكمل ما يأتي :

(١) إذا كان قياس إحدى زوايا مثلث قائم الزاوية تساوي 45° كان المثلث

(٢) طول أي ضلع في مثلث مجموع طولي الضلعين الآخرين.

(٣) إذا كان $\overline{AB} \equiv \overline{BC}$ فإن $\angle A = \dots\dots\dots$

(٤) في ΔABC إذا كان $\angle A = 30^\circ$ ، $\angle B = 90^\circ$ فإن $\angle C = \dots\dots\dots$

(٥) محور تماثل القطعة المستقيمة هو المستقيم من منتصفها.

[٣] (١) في المثلث ABC فيه $\angle A = 70^\circ$ ، $\angle B = 80^\circ$ ، $\angle C = 90^\circ$ سم.

رتب تصاعديا قياسات زواياه.

(ب) في الشكل المقابل :

ΔABC قائم الزاوية في B ، $\angle A = 30^\circ$ ،

D منتصف \overline{AC} ، E منتصف \overline{BC} ،

$\angle C = 90^\circ$ سم.

أوجد طول كل من \overline{AD} ، \overline{BE} ، \overline{CE} ، \overline{DE} .

[٤] (١) في الشكل المقابل :

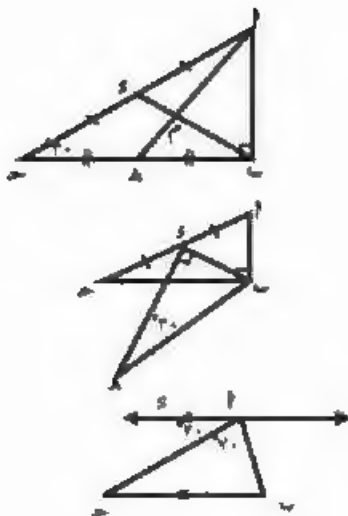
$\angle A = 30^\circ$ ، $\angle B = 90^\circ$ ، $\angle C = 60^\circ$ ،

D منتصف \overline{AC} ، أثبت أن: $\angle B = \angle C$

(ب) في الشكل المقابل :

$\angle A = 70^\circ$ ، $\angle B = 90^\circ$ ، $\angle C = 20^\circ$ ،

$\angle D = 30^\circ$ ، أثبت أن: $\angle A < \angle B$



[٥] (١) إذا اختلفا قياسا زاويتين في مثلث فأكبرهما في القياس يقابلها

(ب) في الشكل المقابل :

$\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ، \overline{AD} ينصف $\angle A$ ، $\angle C = 40^\circ$ ،

برهن أن: $\angle A < \angle B$



نموذج الفصل الأول للطلاب المدمجين

السؤال الأول:

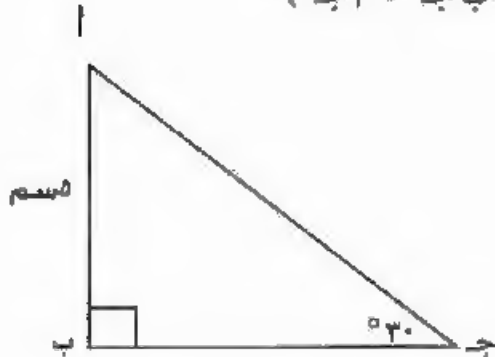
أكمل العبارات التالية:

- (١) نقطة تقاطع متوسطات المثلث تنقسم كلاً منها بنسبة : من جهة القاعدة
 (٢) في المثلث القائم الزاوية طول المتوسط الخارج من رأس القائمة =
 (٣) زاويتا القاعدة في المثلث المتساوي الساقين
 (٤) \triangle أ ب ج فيه \angle ب = 70° ، \angle ج = 50° فإن أ ج
 (٥) متوسط المثلث المتساوي الساقين المرسوم من الرأس يكون على القاعدة

السؤال الثاني:

اختر الإجابة الصحيحة من بين الأقواس:

- (١) إذا كان \triangle أ ب ج متساوي الأضلاع فإن \angle ب =
 (٢) طول الضلع المقابل للزاوية 30° في المثلث القائم = الوتر
 (٣) إذا كان قياس زاوية رأس مثلث متساوي الساقين 80° فإن قياس إحدى زاويتي قاعدته =
 (٤) عدد محاور تماثل المثلث المتساوي الساقين
 (٥) \triangle أ ب ج فيه \angle أ = 50° ، \angle ب = 60° فإن أكبر الأضلاع طولاً
 (أ ب ، ب ج ، أ ج)



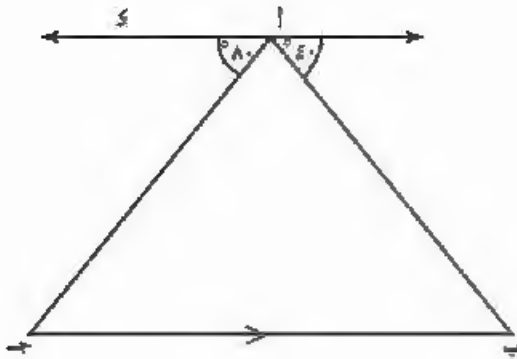
السؤال الثالث:

في الشكل المقابل أكمل ما يلي:

- أ ب ج مثلث قائم الزاوية في ب، \angle ج = 30°
 أ ب = سم أوجد طول أ ج
 $\therefore \angle$ ب =، \angle ج =
 \therefore أ ب = $\frac{1}{2} \times$
 \therefore أ ج = سم

السؤال الرابع:

١- \triangle ا ب ج فيه $\angle ا = ٤٠^\circ$ ، و $\angle ب = ٧٥^\circ$ و $\angle ج = ٦٥^\circ$
رتب أطوال أضلاع المثلث تنازلياً



ب- في الشكل المقابل

أو \parallel ب ج

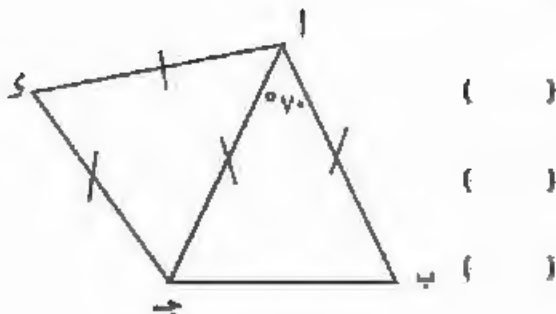
أكمل:

١) $\angle ب = \dots\dots\dots$

٢) الضلع هو أطول أضلاع \triangle ا ب ج

السؤال الخامس: من الشكل المقابل

ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة وعلامة (X) أمام العبارة الخاطئة



ا ب = ا ج = ج د = ا د = ١٠ سم و $\angle ا = ٧٠^\circ$

١) $\angle ب = ٥٥^\circ$ ()

٢) $\angle د = ٧٠^\circ$ ()

٣) $\angle ج = ١٢٠^\circ$ ()

٤) ا ب + ا د = ٢٠ سم ()

٥) ا ب + ب ج = ب ج + ج د ()

انتهت الأسئلة

المواصفات الفنية:

رقم الكتاب	مقاس الكتاب	طبع اللون	طبع الغلاف	ورق اللون	ورق الغلاف	عدد الصفحات بالغلاف
٢٢٨/٢١/٢٢/٢٣/٢٤/٢٥	(٨٢×٥٧) سم A	٤ لون الون	٤ لون	٧٠ جم أبيض	١٨ جم كرزوبه	١٧٦ صفحة

<http://elearning.moe.gov.eg>